

CODAGE DPCM VECTORIEL ET APPLICATION AU CODAGE DE LA PAROLE EN BANDE ELARGIE

Dirk T. M. Slock, Karim Maouche, David Mary
Département de Communications Mobiles
Institut Eurécom, BP 193
F-06904 Sophia-Antipolis, FRANCE
{Dirk.Slock,Karim.Maouche,David.Mary}@eurecom.fr

Résumé: Nous nous intéressons dans cet article au codage optimal de signaux vectoriels par une transformation décorrélatrice de type DPCM. Nous montrons que la transformation optimale, c'est à dire totalement décorrélante et de type DPCM, correspond à une factorisation triangulaire LDU (Lower-Diagonal-Upper) de la matrice d'autocorrélation du vecteur de signal à coder : la matrice de transformation est alors triangulaire et de diagonale unité, et ses lignes apparaissent comme les filtres optimaux de prédiction des composantes du vecteur. Nous étudions les perturbations apportées à cette transformation lorsqu'elle s'appuie non pas sur le signal original mais sur sa version quantifiée (en boucle fermée), comme c'est le cas pour des quantificateurs DPCM. En guise d'application, nous montrons que deux transformations précédemment introduites dans le cadre du codage de signal en sous-bandes apparaissent comme des cas particuliers du codage DPCM vectoriel, et nous comparons ces deux approches dans le cas où les perturbations sur le signal de référence sont prises en compte. Nous décrivons ensuite les résultats de tests informels réalisés en appliquant certains résultats du codage DPCM vectoriel au codage de la parole en bande élargie.

1 INTRODUCTION

Lors de la transmission de signaux audios bicanaux (stéréo) ou multicanaux (jusqu'à 5 pour le standard MPEG4), dans un contexte de bande passante souvent limitée et de contraintes de qualité, la technique de codage des signaux vectoriels s'impose.

D'un autre côté, une technique très répandue en codage d'un signal scalaire est le codage en sous-bandes, où le signal à coder est transformé en sous-signaux qui sont codés séparément, par des quantificateurs de type DPCM ou autre. Toutefois, le codage en sous-bandes apparaît comme un cas particulier d'un problème plus général : celui du codage optimal d'un signal vectoriel.

Pour traiter le codage du signal vectoriel, on commence par considérer une trame finie de signal, donc un vecteur de signal. Le codage se fera par quantification scalaire des composantes du vecteur après une transformation linéaire. La recherche de l'optimalité est celle de la transformation qui minimisera la distorsion apportée par la quantification, sous la contrainte d'un nombre total de bits fixé. Sous la contrainte d'unitarité, la transformation optimale est celle de Karhunen-Loeve, qui répartit l'énergie du signal suivant les valeurs

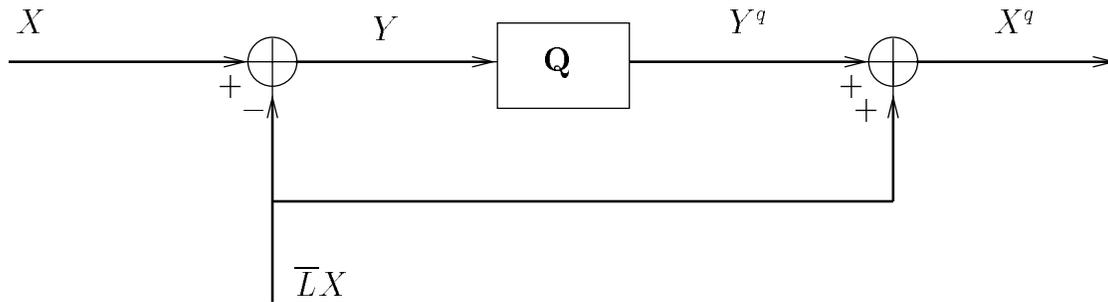


FIG. 1 – Codage DPCM vectoriel

propres de son autocorrélation. La contrainte sur la transformation que nous considérons ici n'est pas l'unitarité mais la causalité. Elle peut être vue comme la généralisation au cas vectoriel du schéma classique de codage (A)DPCM, où au signal vectoriel à coder est soustraite une version prédite de ce signal, basée sur les échantillons précédemment reconstruits. Nous montrerons que cette transformation apparaît sous la forme d'une factorisation LDU de la matrice d'autocorrélation du vecteur à quantifier, où la matrice de transformation est alors triangulaire (c'est à dire causale) et de diagonale unité.

Nous dériverons dans la deuxième partie l'expression du gain de codage pour cette transformation, en supposant d'abord qu'elle est optimisée sur le signal original. Nous y étudierons ensuite les effets de la perturbation introduite lorsque la transformation prédictive n'est pas optimisée sur le signal lui-même mais sur sa version quantifiée, comme c'est le cas en boucle fermée, pour des quantificateurs de type DPCM. La troisième partie sera consacrée à l'application de la transformation au codage de signaux vectoriels. Nous donnerons en quatrième partie deux applications du codage DPCM vectoriel : dans le cadre de signaux sous-bandes, Maison et Vanderdorpe (M&V) [1] ainsi que Wong [2] ont introduit deux transformations optimales en l'absence de quantification. Nous montrerons que ces transformations sont deux cas particuliers du codage DPCM vectoriel, et comparerons leurs performances en présence de quantification. Puis nous décrirons une application de cette technique au codage de la parole en bande élargie $[50 - 7000]Hz$.

2 THÉORIE DU CODAGE DPCM VECTORIEL

2.1 Position du problème

Considérons la généralisation du schéma classique du codage DPCM à la quantification d'un vecteur $X = [x_1 \dots x_N]^T$, voir Figure 1. Le vecteur X est soumis à une transformation matricielle $L : Y = LX = X - \bar{L}X$, où $\bar{L}X$ est le vecteur de référence. Le vecteur de différence $Y = [y_1 \dots y_N]^T$ est ensuite quantifié par une batterie \mathbf{Q} de quantificateurs scalaires Q_i . En sortie, $X^q = Y^q + \bar{L}X$. Notons que l'erreur de reconstruction \tilde{X} est égale à l'erreur de quantification \tilde{Y} :

$$\tilde{X} = X - X^q = X - (Y^q + \bar{L}X) = X - \bar{L}X - Y^q = Y - Y^q = \tilde{Y}, \quad (1)$$

comme dans le cas d'une transformation unitaire. La contrainte imposée ici sur la transformation L est la causalité, ce qui impose une structure triangulaire inférieure et l'aspect unitaire de la transformation se traduit alors par l'unicité de la diagonale ($\bar{L} = I - L$ est

alors strictement triangulaire inférieure et représente les degrés de liberté de la transformation). La notion de causalité pourrait être généralisée en travaillant sur les composantes permutées de X et Y , ce qui donne $\mathcal{P}Y = L \mathcal{P} X$ ou $Y = (\mathcal{P}^T L \mathcal{P}) X$, où \mathcal{P} est une matrice de permutation. D'une manière générale, le gain de codage par transformée apporté par une transformation L est

$$G_{CT}(L) = \frac{E\|\tilde{X}\|_{(I)}^2}{E\|\tilde{X}\|_{(L)}^2} = \frac{E\|\tilde{X}\|_{(I)}^2}{E\|\tilde{Y}\|_{(L)}^2}, \quad (2)$$

où I est la matrice identité (correspond à l'absence de transformation), et la notation $\|\tilde{X}\|_{(T)}^2$ signifie la variance de l'erreur de quantification sur le signal vectoriel X obtenu pour une transformation T . La deuxième identité dans (2) suit de l'identité (1), comme pour une transformation unitaire. Par ailleurs le SNR (rapport signal sur bruit) est défini pour une transformation L [3] comme

$$SNR(L) = \frac{E\|X\|^2}{E\|\tilde{X}\|_{(L)}^2} = \frac{E\|X\|^2}{E\|\tilde{Y}\|_{(L)}^2} = \frac{E\|X\|^2}{E\|Y\|_{(L)}^2} \frac{E\|Y\|_{(L)}^2}{E\|\tilde{Y}\|_{(L)}^2} \quad (3)$$

où le premier facteur représente le gain apporté par la transformation. Il s'agit maintenant de déterminer la transformation L et l'allocation de bits optimales permettant de maximiser le gain de codage. Pour une allocation de bits donnée, on recherche ainsi

$$L = \arg \max_L G_{CT}(L) = \arg \max_L SNR(L) = \arg \min_L E\|\tilde{X}\|_{(L)}^2 \quad (4)$$

2.2 Cas idéal

Dans un premier temps, nous négligeons l'erreur de quantification sur le signal de référence et mèneront notre étude dans le cas d'une allocation optimale de bits. Un quantificateur Q_i introduit un bruit blanc \tilde{y}_i sur la composante y_i de variance

$$\sigma_{\tilde{y}_i}^2 = c 2^{-2R_i} \sigma_{y_i}^2, \quad (5)$$

où R_i est le nombre de bits attribués au quantificateur Q_i et c est une constante qui dépend de la densité de probabilité du signal à quantifier (il convient de supposer une distribution Gaussienne qui est invariante par transformation linéaire).

Pour une L donnée, l'allocation optimale de bits doit minimiser $E\|\tilde{Y}\|_{(L)}^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{y_i}^2 c 2^{-2R_i}$ sous la contrainte $\sum_{i=1}^N R_i = NR$, où R est le nombre moyen de bits affectés aux N quantificateurs Q_i . En utilisant les multiplicateurs de Lagrange [3], et en faisant abstraction du fait que les R_i sont entiers et non négatifs, on montre que

$$\min_{R_i: \sum_{i=1}^N R_i = NR} \sum_{i=1}^N 2^{-2R_i} \sigma_{y_i}^2 \Rightarrow R_i = R + \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sigma_{y_i}^2}{\left(\prod_{i=1}^N \sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{N}}} \quad (6)$$

et qu'alors

$$\sigma_{\tilde{y}_i}^2 = c 2^{-2R_i} \sigma_{y_i}^2 = c 2^{-2R} \left(\prod_{i=1}^N \sigma_{y_i}^2 \right)^{\frac{1}{N}} \quad (7)$$

Notons ici que les variances optimales des erreurs de quantification $\sigma_{y_i}^2$ sont égales (indépendantes de i).

Optimisation de L : on recherche $\min_L (\prod_{i=1}^N \sigma_{y_i}^2)^{\frac{1}{N}}$, où les $\sigma_{y_i}^2$ sont fonctions des lignes L_i de L : $\sigma_{y_i}^2 = \sigma_{y_i}^2(L_i)$. Le problème est donc séparable, et minimiser $(\prod_{i=1}^N \sigma_{y_i}^2)^{\frac{1}{N}}$ par rapport à L revient donc à minimiser $\sigma_{y_i}^2$ par rapport à $L_{i,1:i-1}$. Les composantes y_i apparaissent donc comme les erreurs de prédiction de x_i en fonction des valeurs précédentes de X , les $X_{1:i-1}$, et les coefficients $-L_{i,1:i-1}$ sont les coefficients de prédiction optimaux. En d'autres termes, L vérifie

$$LR_{XX}L^T = R_{YY} = D = \text{diag}\{\sigma_{y_1}^2, \dots, \sigma_{y_N}^2\}, \quad (8)$$

où $\text{diag}\{\dots\}$ représente une matrice diagonale dont les éléments sont $\sigma_{y_i}^2$. Chaque erreur de prédiction y_i étant orthogonale aux sous-espaces engendrés par les $X_{1:i-1}$, elles sont orthogonales entre elles, et D est diagonale. Ainsi

$$R_{XX} = L^{-1}R_{YY}L^{-T} \quad (9)$$

représente la factorisation LDU de R_{XX} [4].

$$L = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ \star & \ddots & \mathbf{0} & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ \star & \cdots & \star & 1 \end{bmatrix} = I - \bar{L}$$

où les \star représentent les coefficients de prédiction. En reprenant l'expression (2), le gain de codage peut alors être caractérisé comme

$$G_{CT}^{(0)}(L) = \left(\frac{\det[\text{diag}(R_{XX})]}{\det[\text{diag}(LR_{XX}L^T)]} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (10)$$

où $\text{diag}(R)$ dénote ici la matrice diagonale qui correspond à la diagonale de la matrice R .

2.3 Effets de la quantification sur le gain de codage

Inspectons à présent le cas où la transformation n'est pas effectuée sur la base du signal lui-même, mais sur sa version quantifiée. Dans ce cas, le vecteur de sortie devient

$$Y = X - \bar{L}X^q = X - \bar{L}(X - \tilde{X}) = LX + \bar{L}\tilde{Y}. \quad (11)$$

Y ne représente à présent plus seulement l'erreur de prédiction LX sur X , mais aussi l'erreur de quantification \tilde{Y} filtrée par le prédicteur optimal \bar{L} . Dans tous les cas, l'allocation optimale de bits doit à nouveau minimiser la somme des $\sigma_{y_i}^2$. Par conséquent, la variance des bruits de quantification est $\sigma_{y_i}^2 = c2^{-2R}(\prod_{i=1}^N \sigma_{y_i}^2)^{\frac{1}{N}} = \sigma_{y_1}^2$, indépendant de i . La matrice d'autocorrélation du bruit est donc de la forme $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = \sigma_{y_1}^2 I$.

En ce qui concerne l'optimisation de L , il s'agit de rechercher

$$\min_L (\det[\text{diag}(R_{YY})]), \text{ avec cette fois-ci } R_{YY} = LR_{XX}L^T + \sigma_{y_1}^2 \bar{L}\bar{L}^T. \quad (12)$$

Puisque $L = I - \bar{L}$, $\overline{LL^T} = LL^T - I + \bar{L} + \bar{L}^T$, et que la matrice de prédiction \bar{L} est strictement triangulaire inférieure, on obtient

$$\text{diag}(\sigma_{y_1}^2 \overline{LL^T}) = \text{diag} [L(\sigma_{y_1}^2 I) L^T - \sigma_{y_1}^2 I], \quad (13)$$

d'où il suit que

$$\det [\text{diag}(R_{YY})] = \det [\text{diag}(L(R_{XX} + \sigma_{y_1}^2 I) L^T - \sigma_{y_1}^2 I)] \quad (14)$$

Le problème qui se pose est encore séparable; il est celui de la prédiction optimale de X perturbé par un bruit blanc, c'est à dire la recherche de

$$\min_{L_{i,1:i-1}} L_i(R_{XX} + \sigma_{y_1}^2 I)L_i^T. \quad (15)$$

On peut noter la variance de l'erreur de prédiction optimale $\sigma_{y_1}^2 + \sigma_i^2$ avec $\sigma_i^2 = \sigma_{y_i}^2 + \Delta\sigma_{y_i}^2$ où $\sigma_{y_i}^2$ est évidemment la variance de l'erreur de prédiction optimale en absence de quantification, et $\Delta\sigma_{y_i}^2$ représente la contribution à la variance de l'erreur de prédiction du bruit de quantification sur les échantillons précédents. Les équations normales s'écrivent alors

$$\begin{bmatrix} R_{1:i,1:i} + \sigma_{y_1}^2 I_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{i,i-1} \\ \vdots \\ L_{i,-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \sigma_{y_1}^2 + \sigma_i^2 \end{bmatrix}$$

d'où

$$\sigma_i^2 + \sigma_{y_1}^2 = R_{i,i} + \sigma_{y_1}^2 - R_{i,1:i-1}(R_{1:i-1,1:i-1} + \sigma_{y_1}^2 I_i)^{-1}R_{1:i-1,1} \quad (16)$$

En faisant l'hypothèse de haute résolution, le terme $\sigma_{y_1}^2 I$ est petit en comparaison à $R_{1:i-1,1:i-1}$, et on obtient l'approximation au premier ordre

$$\sigma_i^2 \approx \underbrace{R_{i,i} - R_{i,1:i-1}R_{1:i-1,1:i-1}^{-1}R_{1:i-1,i}}_{=\sigma_{y_i}^2} + \sigma_{y_1}^2 \underbrace{\|R_{1:i-1,1:i-1}^{-1}R_{1:i-1,1}\|^2}_{= \|L_{i,1:i-1}\|^2 = \|L_i\|^2 - 1 = (\overline{LL^T})_{ii}} \quad (17)$$

où $\sigma_{y_i}^2, \bar{L}$ sont les quantités non perturbées. On obtient alors au premier ordre

$$\sigma_{y_i}^2 \approx (LR_{XX}L^T + \sigma_{y_1}^2 \overline{LL^T})_{ii} \quad (18)$$

où L, \bar{L} sont les quantités non perturbées, et le gain de codage, en prenant en compte le premier ordre des perturbations, est alors

$$G_{CT}^{(1)}(L) \approx \left(\frac{\det [\text{diag}(R_{XX})]}{\det [\text{diag}(LR_{XX}L^T + \sigma_{y_1}^2 \overline{LL^T})]} \right)^{\frac{1}{N}} \quad (19)$$

avec $LR_{XX}L^T = D$ et $\sigma_{y_1}^2 = c 2^{-2R}(\det D)^{\frac{1}{N}}$ où D est la matrice diagonale des variances d'erreur de prédiction non perturbées.

3 CAS PARTICULIER : LE CODAGE DPCM DE SIGNAUX VECTORIELS

Considérons maintenant le cas où X est constitué d'une suite d'échantillons d'un signal vectoriel $\underline{x}_k = [x_{1,k} \cdots x_{M,k}]^T$. Donc $X_k = [\underline{x}_0^T \ \underline{x}_1^T \ \cdots \ \underline{x}_k^T]^T$. Alors, on pourra écrire aussi $Y_k = [\underline{y}_0^T \ \underline{y}_1^T \ \cdots \ \underline{y}_k^T]^T$ avec $\underline{y}_k = [y_{1,k} \cdots y_{M,k}]^T$. Pour ces signaux vectoriels, il est intéressant de considérer le cas limite où la dimension k tend vers l'infini, et où le signal \underline{x}_k est stationnaire. Dans ce cas-là, la transformation optimale L donnera lieu à un signal \underline{y}_k , asymptotiquement stationnaire aussi puisque L deviendra asymptotiquement Toeplitz par blocs (avec des blocs $M \times M$). On obtient alors

$$G_{CT}^{(0)}(L) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\det[\text{diag}(R_{X_k X_k})]}{\det[\text{diag}(LR_{X_k X_k} L^T)]} \right)^{\frac{1}{Mk}} = \left(\frac{\det[\text{diag}(R_{\underline{x}_k \underline{x}_k})]}{\det[\text{diag}(R_{\underline{y}_k \underline{y}_k})]} \right)^{\frac{1}{M}} = \left(\frac{\prod_{i=1}^M \sigma_{x_i}^2}{\prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2} \right)^{\frac{1}{M}} \quad (20)$$

où $y_{i,k}$ est l'erreur de prédiction optimale à l'ordre infini de $x_{i,k}$ basée sur $\{\underline{x}_{-\infty:k-1}, x_{1:i-1,k}\}$. On continuera à noter le vecteur des coefficients de prédiction correspondants par L_i (de dimension infini maintenant). Il existe une expression fréquentielle pour $\prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2$. Effectivement, comme y_k est un signal vectoriel complètement décorrélé, sa matrice de densité spectrale est $S_{\underline{y}\underline{y}}(f) = R_{\underline{y}\underline{y}} = \text{diag}\{\sigma_{y_1}^2, \dots, \sigma_{y_M}^2\}$. Si on décrit l'opération de la prédiction dans le domaine fréquentiel, on peut écrire l'erreur de prédiction comme $\underline{Y}(f) = L(f) \underline{X}(f)$, où $\underline{Y}(f)$ et $\underline{X}(f)$ représentent les transformées de Fourier de \underline{y}_k et \underline{x}_k , et la matrice $M \times M$ $L(f)$ représente la transformée de Fourier du filtre d'erreur de prédiction. On a donc $S_{\underline{y}\underline{y}} = L(f) S_{\underline{x}\underline{x}}(f) L^H(-f)$, avec H dénotant la transposition hermitienne, et $L^H(-f) = L^T(f)$ puisqu'on considère des signaux réels. On peut alors écrire:

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2 &= e^{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln[\det(S_{\underline{y}\underline{y}}(f))] df} \\ &= e^{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \{\ln[\det(S_{\underline{x}\underline{x}}(f))] + 2 \ln[\det(L(f))]\} df} \\ &= e^{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln[\det(S_{\underline{x}\underline{x}}(f))] df} \end{aligned} \quad (21)$$

car tout filtre monique et causal $A(f)$ possède la propriété $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln \det[A(f)] df = 0$.

Si on prend en compte les effets de la quantification dans la boucle fermée, le gain s'exprime comme

$$G_{CT}^{(1)}(L) \approx \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\det[\text{diag}(R_{X_k X_k})]}{\det[\text{diag}(LR_{X_k X_k} L^T + \sigma_{y_1}^2 \overline{L L^T})]} \right)^{\frac{1}{Mk}} = \left(\frac{\prod_{i=1}^M \sigma_{x_i}^2}{\prod_{i=1}^M [\sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_1}^2 (\|L_i\|^2 - 1)]} \right)^{\frac{1}{M}} \quad (22)$$

ou encore, en poursuivant l'approximation sous l'hypothèse de haute résolution,

$$G_{CT}^{(1)}(L) \approx G_{CT}^{(0)}(L) \left(1 - \sigma_{y_1}^2 \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{\|L_i\|^2 - 1}{\sigma_{y_i}^2} \right). \quad (23)$$

Examinons maintenant l'expression fréquentielle sous l'hypothèse d'une haute résolution. Dans tous les cas, les erreurs de quantification sont décorréliées et donc

$S_{\underline{y}\underline{y}}(f) = \text{diag}\{\sigma_{y_1}^2, \dots, \sigma_{y_M}^2\} = \sigma_{y_1}^2 I_M$, où la dernière égalité s'applique dans le cas d'une allocation optimale de bits. On obtient alors

$$\begin{aligned}
& \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\det \left[\text{diag} \left(L(R_{X_k X_k} + \sigma_{y_1}^2(k) I_{(k+1)M}) L^T \right) \right] \right)^{\frac{1}{k}} \\
&= \prod_{i=1}^M (\sigma_{y_i}^2 + \Delta \sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_i}^2) = \prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2 \left(1 + \frac{\Delta \sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_i}^2}{\sigma_{y_i}^2} \right) \\
&= e^{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln[\det(S_{\underline{x}\underline{x}}(f) + S_{\underline{y}\underline{y}}(f))] df} \\
&\approx e^{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln[\det(S_{\underline{x}\underline{x}}(f))] df} \left(1 + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{tr} \left(S_{\underline{x}\underline{x}}^{-1}(f) S_{\underline{y}\underline{y}}(f) \right) df \right) = \left(\prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2 \right) \left(1 + \sum_{i=1}^M \frac{\Delta \sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_i}^2}{\sigma_{y_i}^2} \right)
\end{aligned} \tag{24}$$

où tr représente l'opérateur trace. Maintenant, la quantité requise pour le gain de codage est

$$\begin{aligned}
\prod_{i=1}^M \sigma_i^2 &= \prod_{i=1}^M (\sigma_{y_i}^2 + \Delta \sigma_{y_i}^2) \approx \left(\prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2 \right) \left(1 + \sum_{i=1}^M \frac{\Delta \sigma_{y_i}^2}{\sigma_{y_i}^2} \right) \\
&= e^{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln[\det(S_{\underline{x}\underline{x}}(f))] df} \left(1 + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{tr} \left(S_{\underline{x}\underline{x}}^{-1}(f) S_{\underline{y}\underline{y}}(f) \right) df - \sum_{i=1}^M \frac{\sigma_{y_i}^2}{\sigma_{y_i}^2} \right).
\end{aligned} \tag{25}$$

Le gain de codage des perturbations au premier ordre s'exprime alors ($\sigma_{y_i}^2 = \sigma_{y_1}^2$)

$$G_{CT}^{(1)} \approx G_{CT}^{(0)} \left[1 + \frac{\sigma_{y_1}^2}{M} \left(- \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{tr} \left(S_{\underline{x}\underline{x}}^{-1}(f) \right) df + \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \right) \right] \tag{26}$$

Par analogie avec l'équation (23), le terme $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{tr} \left(S_{\underline{x}\underline{x}}^{-1}(f) \right) df$ correspond à $\sum_{i=1}^M \frac{\|L_i\|^2}{\sigma_{y_i}^2}$.

4 APPLICATIONS

Dans le cas du codage en sous-bandes, où les composantes $x_{i,k}$ du signal vectoriel \underline{x}_k correspondent aux signaux sous-bandes, nous allons d'abord montrer que des travaux précédents visant à maximiser le gain de codage sont des cas particuliers de transformation causale à diagonale unité, et que l'équivalence au niveau $G_{CT}^{(0)}$ de ces approches sans perturbation est une conséquence de la nature LDU de la transformation optimale.

Fischer [5] ayant souligné la nécessité de décorrélérer totalement les sous-bandes, M&V [1] proposent d'ajouter au schéma classique de codage en sous-bandes une transformation $T(z)$ (filtrage matriciel). Cette matrice agit sur les signaux vectoriels $\underline{x}_k = [x_{1,k} \dots x_{M,k}]^T$, et $\underline{y}_k = T(q) \underline{x}_k$ (où q^{-1} est l'opérateur de délai unité) est le signal vectoriel transformé à l'instant k . Leur transformation correspond en fait à la prédiction MIMO causale : $T(z) = \sum_{k=0}^{\infty} T_k z^{-k}$, où T_0 est triangulaire inférieure et de diagonale unité. Le prédicteur MIMO est supposé d'ordre infini. Afin de conserver la structure causale, chaque échantillon de la sous-bande i est prédit en fonction des échantillons passés de toutes les sous-bandes, et des échantillons présents des sous-bandes de plus bas index uniquement (de 0 à $i-1$, aucun si $i=0$). M&V montrent qu'une telle transformation permet de rendre

Dans l'approche de Wong, les degrés de liberté correspondant au bloc triangulaire (1,2) dans l'approche de M&V ont été transférés au triangle supérieur du bloc (2,1).

Les auteurs cités précédemment ont montré que leurs transformations sont optimales quand le signal sur lequel s'appuie la transformation n'est pas quantifié. Nous allons voir que cela découle de la nature causale de la matrice L . Considérons une première transformation causale $Y_1 = L_1 X$ avec $R_{Y_1 Y_1} = L_1 R_{X_1 X_1} L_1^T = D_1$. Considérons ensuite une autre transformation causale $\mathcal{P} Y_2 = L_2 \mathcal{P} X$ ou $Y_2 = \mathcal{P}^T L_2 \mathcal{P} X$ avec $R_{Y_2 Y_2} = (\mathcal{P}^T L_2 \mathcal{P}) R_{X X} (\mathcal{P}^T L_2 \mathcal{P})^T = D_2$. Alors

$$\det(D_2) = \det(R_{X X}) = \det(D_1) \quad (28)$$

ce qui se traduit par le fait que le produit des variances des signaux après transformation est constant, peu importe la transformation causale utilisée. Le gain de codage $G_{TC}^{(0)}$ est donc invariant par permutation. Chaque permutation mène à une autre décorrélation causale des composantes d'un vecteur. Pour un signal vectoriel stationnaire, ceci signifie qu'il existe plus d'une manière de décorréler les signaux scalaires qui le composent. Les exemples de Wong et M&V présentent en fait (pour $M = 2$) deux cas extrêmes d'une infinité de variantes qui sont paramétrisées par n dans $T_{12}(z) = \sum_{k=n}^{\infty} t_{12}(k) z^{-k}$, $T_{21}(z) = \sum_{k=-\infty}^{n-1} t_{21}(k) z^{-k}$ (avec $T_{ii}(z)$ causal au sens classique).

Comparons les approches de Wong, et de M&V en présence de quantification : l'expression (26) du gain de codage $G_{CT}^{(1)}$ montre que pour maximiser le gain, il faut rechercher

$$\max_L \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \quad (29)$$

c'est à dire maximiser la somme des inverses des variances des erreurs de prédiction, ou encore rendre ces variances aussi différentes que possibles (puisque $\prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2$ est invariant quelle que soit la transformation causale).

Cas $M = 2$: supposons, sans perte de généralité, que les variances des signaux vectoriels $\sigma_{x_i}^2$ soient ordonnées dans l'ordre décroissant. Dans ce cas il faut alors minimiser $\sigma_{y_2}^2$. $\sigma_{y_2}^2$ sera minimisé lorsqu'on utilise un nombre maximal d'échantillons pour prédire $x_{2,k}$. L'approche de Wong devrait donc être supérieure à celle de M&V, puisqu'elle mènera à une valeur plus petite pour $\sigma_{y_2}^2$. Cette différence entre les deux approches n'est sensible que lorsque la prédiction s'effectue sur la base de signaux quantifiés. Néanmoins, c'est ainsi qu'un codeur utilisant ces transformations décorrélatrices sera implémenté.

Un autre avantage de l'approche de Wong apparaît lorsqu'on restreint les filtres à une longueur finie. Effectivement, la corrélation d'un signal scalaire tend à être concentrée autour du délai zéro. Par contre, l'intercorrélation entre deux signaux peut être concentrée autour d'un délai arbitraire. Dans l'approche de M&V, seules les corrélations à faible délai seront prises en compte. Par contre, dans l'approche de Wong, on a la liberté de positionner le filtre RIF $W_{21}(z)$ autour d'un délai utile. Le délai optimal correspond d'ailleurs à la portion (de longueur égale à la longueur de W_{21}) de la fonction de corrélation entre $y_{1,k}$ et $x_{2,k}$ à énergie maximale.

5 Application au codage de la parole large bande

L'extension de la bande du spectre qui sera codée ($7kHz$ au lieu de $3,4kHz$ pour le standard *UMTS*) nécessite la conception de nouveaux codeurs en bande élargie. Une

manière de réaliser un tel codeur est de filtrer et décomposer le signal en deux sous-bandes, ce qui permet de conserver pour le codage de la bande basse un codeur à bande étroite existant, par exemple un des codeurs de l'AMR-Narrow Band utilisé dans GSM. Notons que dans le cas du codage en sous-bandes, le gain de codage total est $G_{CT}^{tot} = \frac{\sigma_x^2}{(\prod_{i=1}^M \sigma_{y_i}^2)^{\frac{1}{M}}} = \frac{\sigma_x^2}{(\prod_{i=1}^M \sigma_{x_i}^2)^{\frac{1}{M}}} G_{CT}$ où le premier facteur est le gain dû à la transformation en sous-bandes (pour un banc de filtres sans perte) et le deuxième facteur est le gain dû à la décorrélation. Dans le cas d'une allocation de bits optimale, et comme le signal de la bande haute a une puissance plus faible que le signal de la bande basse, le raisonnement ci-dessus s'applique et l'approche de Wong devrait être la meilleure approche décorrélatrice par prédiction. Notons aussi que malgré le sens élargi de la causalité dans cette approche, elle est bien adaptée au codage de la parole par trames (qui permet un certain degré de non causalité au sens classique): effectivement, on peut coder une trame de signal dans la bande basse et ensuite coder une trame de signal dans la bande haute.

Nous avons aussi étudié dans ce cadre aussi un autre cas particulier de codage par transformation prédictive, le cas où l'allocation de bits est fixée, et où toutes les ressources ($2R$ bits) sont dédiés au codage de la bande basse. Etudions le gain de codage dans ce cas. Les bruits de quantification intervenant sur la quantification des signaux $y_{1,k}$ et $y_{2,k}$ sont alors $\sigma_{y_1}^2 = c2^{-2R}\sigma_{y_1}^2 = \alpha\sigma_{y_1}^2$, avec $\alpha \ll 1$ et $\sigma_{y_2}^2 = c\sigma_{y_2}^2$. Le gain de codage est alors

$$G_{CT}(L) = \frac{E\|\tilde{X}\|_{(L)}^2}{\alpha\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2} \quad (30)$$

Là encore, le terme $\alpha\sigma_{y_1}^2$ étant très petit devant $\sigma_{y_2}^2$, il faut minimiser $\sigma_{y_2}^2$, et l'approche de Wong se révèle être plus efficace. Les tests d'écoute informels que nous avons effectués en utilisant différents codeurs de l'AMR-NB pour la bande basse ont confirmé l'intérêt perceptuel apporté par une prédiction interbandes. Au codage, on fait la prédiction du signal bande haute à partir de la version quantifiée (codée-décodée) de la bande basse. Puis seule la bande basse est transmise ($R_1 = 2R, R_2 = 0$). Ainsi, le récepteur ne possède, en guise de bande haute, que sa prédiction à partir de la bande basse. La qualité supplémentaire apportée au signal codé-décodé est néanmoins notable.

Références

- [1] B. Maison L. Vanderdorpe. About the asymptotic performance of multiple-input/multiple-output linear prediction of subband signals. *IEEE Signal Proc. Letters*, 5(12), December 1998.
- [2] P. W. Wong. Rate distortion efficiency of subband coding with crossband prediction. *IEEE Trans. on Inf. Theory*, Januar 1997.
- [3] N.S. Jayant P. Noll. *Digital Coding of Waveforms*. Signal Processing. Prentice Hall, 1984.
- [4] S. Haykin. *Adaptative Filter Theory*. Information and Systems Sciences. Prentice Hall, 1991.
- [5] T. R. Fischer. On the rate-distorsion efficiency of subband coding. *IEEE trans. on Inf. Theory*, 38(2), March 1992.