

# Une Approche Robuste à la Surdétermination de l'Ordre du Canal pour l'Estimation Aveugle des Canaux Multiples RIF

Jaouhar Ayadi, Luc Deneire\* et Dirk T. M. Slock

Institut EURECOM

B.P. 193, 06904 Sophia Antipolis cedex, FRANCE

{ayadi,deneire,slock}@eurecom.fr

## RÉSUMÉ

Nous présentons une nouvelle approche robuste à la surestimation de la longueur du canal pour l'identification aveugle des canaux multiples RIF (à réponse impulsionnelle finie). L'approche prédiction linéaire présentée dans [1] est une méthode d'estimation robuste puisqu'elle permet de trouver un estimateur consistant du canal même si son ordre a été surestimé. Dans cette contribution, nous portons notre attention sur les méthodes paramétrisées directement par le canal telle que la technique d'ajustement de sous-espace (signal). Dans le but de bien définir le critère d'optimisation dans ces approches, une contrainte portant sur les coefficients du canal doit être ajoutée. Typiquement, la contrainte d'un canal de norme unité est utilisée. C'est l'utilisation de cette contrainte qui provoque l'absence de robustesse à la surestimation de l'ordre du canal. Dans notre approche, nous contraignons le premier coefficient du canal vectoriel à être de norme unité. Nous montrons que l'estimateur du canal obtenu de cette façon est robuste à la surestimation de l'ordre du canal et reste consistant même si l'ordre est surestimé.

## ABSTRACT

We investigate a new approach for blind identification of multiple FIR channels that appears to be robust to the channel length overestimation. The linear prediction approach proposed in [1] constitutes a robust approach since it provides a consistent channel estimate if the channel order is overestimated. However, we focus here on methods that are parameterized by the channel directly such as the (signal) subspace fitting technique. To make the optimization criterion in these approaches well defined, a constraint on the channel coefficients has to be added. Typically, the unit norm constraint is used. It is the use of this constraint that leads to order overestimation problems. In our approach we replace this constraint by a unit norm for only the first vector coefficient of the vector channel. Our simulations demonstrate that the channel estimate obtained in this way is robust to order overestimation. Furthermore, if the exact quantities are used in the optimization criterion, the proposed channel estimate is the correct channel (up to the usual scaling factor) even if the order is overestimated. Hence, our channel estimate is consistent even with order overestimation.

## 1 Introduction

En communications numériques et particulièrement dans les systèmes de communication radio-mobiles, des symboles sont transmis à travers des canaux inconnus. Le but de l'identification aveugle est d'estimer le canal, en disposant uniquement du signal reçu. Le suréchantillonnage du signal reçu permet d'obtenir une représentation vectorielle polyphase mono-entrée/multi-sorties du canal. Les canaux RIF obtenus dans cette représentation par suréchantillonnage peuvent être aussi obtenus à partir des signaux reçus au niveau d'un réseau d'antennes (dans le contexte des communications mobiles [1],[2],[3]) ou à partir d'une combinaison des deux. Considérons un signal subissant une modulation numérique linéaire et traversant un canal à bruit additif. Le signal reçu  $y(t)$  s'écrit sous la forme suivante

$$y(t) = \sum_k h(t - kT)a(k) + v(t) \quad (1)$$

Dans (1)  $a(k)$  sont les symboles transmis,  $T$  est la période de symbole et  $h(t)$  est la réponse impulsionnelle du canal.

Nous supposons que le canal est RIF de longueur  $NT$ . Si le signal reçu est suréchantillonné à la fréquence  $\frac{m}{T}$  (ou si  $m$  échantillons du signal sont reçus par  $m$  antennes toutes les  $T$  secondes, ou une combinaison des deux), la relation entrée/sortie qui régit le système peut s'écrire comme suit:

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i)a(k-i) + \mathbf{v}(k) = \mathbf{H}A_N(k) + \mathbf{v}(k) \quad (2)$$

où  $\mathbf{y}(k) = [y_1^H(k) \cdots y_m^H(k)]^H$ ,  $\mathbf{h}(i) = [h_1^H(i) \cdots h_m^H(i)]^H$ ,  $\mathbf{v}(k) = [v_1^H(k) \cdots v_m^H(k)]^H$ ,  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}(N-1) \cdots \mathbf{h}(0)]$ ,  $A_N(k) = [a(k-N+1)^H \cdots a(k)^H]^H$  et  $^H$  désigne l'opérateur transposé conjugué.

Soit  $\mathbf{H}(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{h}(i)z^{-i} = [\mathbf{H}_1^H(z) \cdots \mathbf{H}_m^H(z)]^H$  la fonction de transfert mono-entrée/multi-sorties du canal, et  $\mathbf{h} = [\mathbf{h}^H(N-1) \cdots \mathbf{h}^H(0)]^H$ . Considérons un bruit temporellement et spatialement blanc, additif, gaussien et circulaire  $\mathbf{v}(k) : r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(k-i) = \mathbf{E} \mathbf{v}(k)\mathbf{v}(i)^H = \sigma_v^2 I_m \delta_{ki}$ . Si  $M$  échantillons sont reçus, la relation vectorielle qui régit le système est la suivante :

$$\mathbf{Y}_M(k) = \mathcal{T}_M(\mathbf{H})A_{M+N-1}(k) + \mathbf{V}_M(k) \quad (3)$$

où  $\mathbf{Y}_M(k) = [\mathbf{y}^H(k-M+1) \cdots \mathbf{y}^H(k)]^H$  et  $\mathbf{V}_M(k)$  est défini de façon similaire, et  $\mathcal{T}_M(\mathbf{H})$  est une matrice bloc

\* Le travail de Luc Deneire est supporté par la CE par une bourse Marie-Curie (programme FMC) sous le contrat No ERBFMBICT950155

Toeplitz avec  $M$  lignes bloc et  $[\mathbf{H} \quad 0_{m \times (M-1)}]$  comme première ligne. La notation dans (3) peut être simplifiée en prenant  $k = M-1$

$$\mathbf{Y} = \mathcal{T}(\mathbf{H}) \mathbf{A} + \mathbf{V}. \quad (4)$$

Nous supposons que  $mM > M+N-1$ , auquel cas la matrice de convolution du canal  $\mathcal{T}(\mathbf{H})$  possède plus de lignes que de colonnes. Si  $\mathbf{H}_i(z)$ ,  $i = 1, \dots, m$  n'ont pas de zéros communs, alors  $\mathcal{T}(\mathbf{H})$  est de rang colonne plein (cette hypothèse sera adoptée dans ce qui suit). L'espace colonne de  $\mathcal{T}(\mathbf{H})$  est appelé l'espace signal et son complément orthogonal est l'espace bruit. L'espace signal est paramétrisé linéairement par  $\mathbf{h}$ .

## 2 Prédiction linéaire

Introduite dans [1], l'approche prédiction linéaire présente l'avantage de la robustesse à la surestimation de l'ordre du canal. Soit  $\mathbf{P}(z) = \sum_{i=0}^L \mathbf{p}(i) z^{-i}$  avec  $\mathbf{p}(0) = I_m$  le filtre de l'erreur de prédiction MMSE d'ordre  $L$ , dans le cas d'un signal reçu sans bruit  $\mathbf{y}(k)$ . Si  $L \geq \underline{L} = \lceil \frac{N-1}{m-1} \rceil$ , d'après [3], nous avons

$$\mathbf{P}(z)\mathbf{H}(z) = \mathbf{h}(0). \quad (5)$$

(5) montre que  $\mathbf{H}(z)$  et  $\mathbf{P}(z)$ ,  $\mathbf{h}(0)$  sont deux paramétrisations équivalentes.

## 3 Les méthodes d'estimation aveugles paramétrisées par $\mathbf{h}$

### 3.1 Subchannel Response Matching (SRM)

La technique SRM a été introduite dans [4] et correspond aussi à l'approche déterministe de Liu et Xu. Pour expliquer cette méthode considérons le cas de deux canaux ( $m = 2$ ). Dans le cas sans bruit, nous avons  $\mathbf{H}_2(z)y_1(k) - \mathbf{H}_1(z)y_2(k) = 0$ , soit sous forme matricielle :  $[\mathbf{H}_2(z) \quad -\mathbf{H}_1(z)] \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z) \mathbf{y}(k) = 0$ . Si on met ces zéros dans un vecteur pour le signal  $\{\mathbf{y}(k)\}_{k=0 \dots M-1}$ , on obtient une expression de la forme  $\mathcal{Y} \mathbf{h} = 0$ , où  $\mathcal{Y}$  est une matrice structurée. Sous la contrainte  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$ , le canal  $\mathbf{h} = V_{\min}(\mathcal{Y}^H \mathcal{Y})$ , où  $V_{\min}(A)$  désigne le vecteur propre correspondant à la plus petite valeur propre de  $A$ . Pour  $m > 2$ , les égaliseurs bloquants  $\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)$  peuvent être construits en considérant des paires de sous-canaux. Le choix de  $\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)$  n'est pas unique. En effet, le nombre de paires à considérer, qui représente le nombre de lignes dans  $\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)$ , n'est pas unique. Le nombre minimal est  $m-1$  alors que le nombre maximal est  $\frac{m(m-1)}{2}$ . Nous appellerons  $\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)$  équilibré ("balanced") si  $\text{tr}\{\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)\mathbf{H}^{\perp}(z)\} = \alpha \text{tr}\{\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)\mathbf{H}(z)\}$  où  $\alpha$  est un scalaire et  $\mathbf{H}^{\perp}(z) = \mathbf{H}^H(1/z^*)$ . Le nombre minimal de lignes dans  $\mathbf{H}^{\perp\uparrow}(z)$  à équilibrer est  $m$ . On obtient, par exemple, les paramétrisations suivantes

$$\mathbf{H}_{\min}^{\perp\uparrow}(z) = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_2(z) & \mathbf{H}_1(z) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{H}_m(z) & 0 & \cdots & \mathbf{H}_1(z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_{\text{bal}}^{\perp\uparrow}(z) = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_2(z) & \mathbf{H}_1(z) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\mathbf{H}_3(z) & \mathbf{H}_2(z) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{H}_m(z) & 0 & \cdots & 0 & -\mathbf{H}_1(z) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Pour ce choix de  $\mathbf{H}_{\text{bal}}^{\perp\uparrow}(z)$ , son  $i$ ème ligne peut être écrite comme suit

$$\mathbf{H}_{\text{bal},i}^{\perp\uparrow}(z) = \mathbf{H}^T(z) \mathcal{P}_i, \quad \mathcal{P}_i = \mathcal{C} \mathcal{P}_{i-1} \mathcal{C}^H, \quad (8)$$

$$\mathcal{P}_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots \\ -1 & 0 & \cdots \\ 0 & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dans le cas de  $\mathbf{H}_{\text{bal}}^{\perp\uparrow}(z)$ , le critère SRM :  $\min_{\mathbf{h}} \|\mathcal{T}(\mathbf{h}^{\perp}) \mathbf{Y}\|_2^2$  peut être écrit comme la minimisation par rapport à  $\mathbf{h}$  de

$$\begin{aligned} & \text{tr}\{\mathcal{T}_M(\mathbf{h}^{\perp}) \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H \mathcal{T}(\mathbf{h}^{\perp})^H\} \\ &= \text{tr}\{\mathbf{h}^{\perp} \left( \sum_{k=N-1}^{M-1} \mathbf{Y}_N(k) \mathbf{Y}_N^H(k) \right) \mathbf{h}^{\perp H}\} \\ &= (M-N+1) \text{tr}\{\mathbf{h}^{\perp} \hat{R}_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}} \mathbf{h}^{\perp H}\} \end{aligned} \quad (9)$$

où la  $i$ ème ligne de  $\mathbf{h}^{\perp}$  est

$$\mathbf{h}_i^{\perp} = \mathbf{h}^T \mathcal{S}_i, \quad \mathcal{S}_i = I_N \otimes \mathcal{P}_i \quad (10)$$

Par conséquent le critère SRM dans (9) devient

$$\min_{\mathbf{h}} \mathbf{h}^H B \mathbf{h}, \quad \text{où } B = \sum_{i=1}^m \mathcal{S}_i \hat{R}_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}^* \mathcal{S}_i^T. \quad (11)$$

Si la valeur exacte de  $R_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$  est utilisée, alors la contribution du bruit dans le critère (11) est  $2\sigma_v^2 \|\mathbf{h}\|^2$  (c'est ainsi que la motivation pour le choix de  $\mathbf{H}^{\perp}(z)$  devient apparente). La minimisation de (11) sous la contrainte  $\|\mathbf{h}\| = 1$  conduit donc à un estimateur consistant de  $\mathbf{h} = V_{\min}(B)$ , au moins dans le cas où l'ordre du canal a été correctement choisi. Puisque  $\sigma_v^2 = \lambda_{\min}(R_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}})$  : la valeur propre minimale de  $R_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$ , la contribution du bruit peut être éliminée en remplaçant  $\hat{R}_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}}$  par  $\hat{R}_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}} - \lambda_{\min}(\hat{R}_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}})I$  ou, encore mieux, en remplaçant  $B$  par  $A = B - \lambda_{\min}(B)I$  (le premier choix ne rend pas  $B$  singulière avec une quantité finie de données). Avec cette modification, le critère dans (11) devient (asymptotiquement) insensible à la contribution du bruit et n'importe quelle normalisation de  $\mathbf{h}$  conduira à un estimateur consistant.

### 3.2 Ajustement du sous-espace signal

La matrice de covariance du signal reçu peut être décomposée en contributions des sous-espaces signal et bruit.

$$\begin{aligned} R_{\mathcal{Y}\mathcal{Y}} = E \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H &= \sum_{i=1}^{M+N-1} \lambda_i V_i V_i^H + \sum_{i=M+N}^{mM} \lambda_i V_i V_i^H \\ &= \mathcal{V}_S \Lambda_S \mathcal{V}_S^H + \mathcal{V}_N \Lambda_N \mathcal{V}_N^H \end{aligned} \quad (12)$$

Le problème d'ajustement du sous-espace signal peut donc être formulé comme suit :

$$\min_{\mathbf{h}, T} \|\mathcal{T}(\mathbf{H}) - \mathcal{V}_S T\|_F \quad (13)$$

où la norme de Frobenius de la matrice  $X$  est définie comme  $\|X\|_F^2 = \text{tr}\{X^H X\}$  et  $\text{tr}$  désigne l'opérateur trace. D'après [2], (13) conduit au problème de minimisation suivant

$$\min_{\|\mathbf{h}\|_2=1} \text{tr}\{\mathcal{T}(\mathbf{H})^H P_{V_s}^\perp \mathcal{T}(\mathbf{H})\} = \min_{\|\mathbf{h}\|_2=1} \mathbf{h}^H B \mathbf{h} \quad (14)$$

où  $P_X^\perp = I - P_X = I - X(X^H X)^+ X^H$  et  $+$  désigne la pseudoinverse de Moore-Penrose.  $B$  peut être déterminé à partir de  $P_{V_s}^\perp = P_{V_N}$ . Sous la contrainte  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$ , la solution est  $\mathbf{h} = V_{\min}(B)$ .

### 3.3 Ajustement du sous-espace bruit

De façon similaire,  $\mathcal{V}_N$  engendre le sous-espace bruit et  $\mathcal{T}^H(\mathbf{h}^\perp)$  engendre la majorité de cet espace, par conséquent, nous pouvons introduire le problème d'ajustement de sous-espace suivant :

$$\min_{\mathbf{h}, T} \left\| \mathcal{T}^H(\mathbf{h}^\perp) - \mathcal{V}_N T \right\|_F \quad (15)$$

Après optimisation par rapport à  $T$ , nous obtenons  $\min_{\|\mathbf{h}\|_2=1}$  de

$$\text{tr}\{\mathcal{T}(\mathbf{h}^\perp) P_{V_N}^\perp \mathcal{T}^H(\mathbf{h}^\perp)\} = \text{tr}\{\mathbf{h}^\perp C \mathbf{h}^{\perp H}\} = \mathbf{h}^H B \mathbf{h} \quad (16)$$

où  $C$  peut être déterminée à partir de  $P_{V_N}^\perp = P_{V_s}$  et  $B = \sum_{i=1}^m \mathcal{S}_i C \mathcal{S}_i^H$ .

### 3.4 Maximum de vraisemblance déterministe

Le critère de maximum de vraisemblance déterministe peut être écrit comme  $\min_{\mathbf{h}} \mathbf{Y}^H P_{\mathcal{T}(\mathbf{H})}^\perp \mathbf{Y}$ . Puisque  $P_{\mathcal{T}(\mathbf{H})}^\perp \approx P_{\mathcal{T}^H(\mathbf{h}^\perp)}$  (où l'erreur d'approximation a une influence négligeable asymptotiquement), on obtient  $\min_{\|\mathbf{h}\|_2=1}$  de

$$\mathbf{Y}^H P_{\mathcal{T}^H(\mathbf{h}^\perp)} \mathbf{Y} = \mathbf{h}^H (\mathcal{Y}^H [\mathcal{T}(\mathbf{h}^\perp) \mathcal{T}^H(\mathbf{h}^\perp)]^\dagger \mathcal{Y}) \mathbf{h} = \mathbf{h}^H A \mathbf{h} \quad (17)$$

où  $\mathcal{T}(\mathbf{h}^\perp) \mathbf{Y} = \mathcal{Y} \mathbf{h}$  et  $\mathcal{Y}$  est une matrice structurée.

### 3.5 Détermination de $\mathbf{H}(z)$ à partir de $\overline{\mathbf{P}}(z) = \mathbf{h}^{\perp H}(0) \mathbf{P}(z)$

Cette technique a été introduite dans [3]. Considérons la matrice  $m \times (m-1)$  de rang plein :  $\mathbf{h}^\perp(0)$  définie telle que  $\mathbf{h}^{\perp H}(0) \mathbf{h}(0) = 0$ . (5) implique que  $\overline{\mathbf{P}}(z) = \mathbf{h}^{\perp H}(0) \mathbf{P}(z)$  est un polynôme  $(m-1) \times m$  qui satisfait  $\overline{\mathbf{P}}(z) \mathbf{H}(z) = 0$ .  $\overline{\mathbf{P}}(z)$  ou  $\mathbf{P}(z)$  et  $\mathbf{h}(0)$  peuvent être estimés en utilisant la prédiction linéaire. Si  $\overline{\mathbf{P}}(z)$  est estimé avec une méthode robuste à la surdétermination de l'ordre, alors l'ordre de  $\mathbf{H}(z)$  est connu et  $\mathbf{H}(z)$  peut être estimé immédiatement à partir  $\overline{\mathbf{P}}(z)$ . Sinon, nous considérons le problème suivant

$$\min_{\mathbf{h}} \frac{1}{2\pi j} \oint \mathbf{H}^\dagger(z) \overline{\mathbf{P}}^\dagger(z) \overline{\mathbf{P}}(z) \mathbf{H}(z) \frac{dz}{z} \quad (18)$$

qui est de nouveau de la forme  $\min_{\mathbf{h}} \mathbf{h}^H A \mathbf{h}$ .

## 4 La contrainte $\|\mathbf{h}(0)\| = 1$

### 4.1 L'approche de base

L'approche que nous considérons consiste à écrire  $\mathbf{H}(z)$  comme  $\mathbf{Q}(z) \mathbf{h}(0)$  ou  $\mathbf{h} = [\mathbf{h}^H(N-1) \dots \mathbf{h}^H(1) \mathbf{h}^H(0)]^H$

comme  $\mathbf{Q} \mathbf{h}(0) = [\mathbf{q}^H(N-1) \dots \mathbf{q}^H(1) I_m]^H \mathbf{h}(0)$  où la matrice carrée  $\mathbf{Q}(z)$  est, en quelque sorte, analogue au polynôme de la prédiction linéaire  $\mathbf{P}(z)$ . L'idée clé consiste à "ancrer" la réponse impulsionnelle du canal à son premier coefficient. Ceci représente une des propriétés qui conduisent à la robustesse à la surestimation de l'ordre. L'approche que nous proposons peut être utilisée dans les techniques d'estimation aveugle décrites précédemment. En effet, le facteur commun de ces méthodes est la possibilité de formuler le problème de minimisation sous la forme  $\mathbf{h}^H B \mathbf{h}$ , sous la contrainte  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$ . Dans le cas sans bruit,  $B$  est singulière avec un noyau de dimension 1 dans les méthodes décrites précédemment. En présence du bruit, nous pouvons rendre  $B$  singulière en remplaçant  $B$  par  $A = B - \lambda_{\min}(B) I$ . La minimisation de  $\mathbf{h}^H B \mathbf{h}$  ou  $\mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  sous la contrainte  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$  conduit à  $\mathbf{h} = V_{\min}(B) = V_{\min}(A)$ . La valeur correspondante du critère  $\mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  est zéro. D'autre part, lorsqu'on minimise  $\mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  sous la contrainte  $\|\mathbf{h}(0)\|_2 = 1$ , il est clair que  $\mathbf{h} = \alpha V_{\min}(A)$  avec  $\alpha$  choisi de façon à ce que  $\|\mathbf{h}(0)\|_2 = 1$  annule  $\mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  et donc  $\mathbf{h} = \alpha V_{\min}(A)$  minimise  $\mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  sous la contrainte  $\|\mathbf{h}(0)\|_2 = 1$ . En d'autres termes, en remplaçant  $B$  par  $A$ , les problèmes  $\min_{\|\mathbf{h}\|_2=1} \mathbf{h}^H B \mathbf{h}$  et  $\min_{\|\mathbf{h}(0)\|_2=1} \mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  conduisent à des solutions proportionnelles et donc équivalentes pour  $\mathbf{h}$ . Le problème  $\min_{\|\mathbf{h}(0)\|_2=1} \mathbf{h}^H A \mathbf{h}$  peut être formulé comme suit

$$\min_{\|\mathbf{h}(0)\|_2=1} \mathbf{h}^H(0) \left( \min_{\mathbf{q}(0)=I_m} \mathbf{Q}^H A \mathbf{Q} \right) \mathbf{h}(0) . \quad (19)$$

#### 4.1.1 Première approche

Dans [5], une première approche utilisant cette formulation du problème a été introduite. L'obtention de la robustesse à la surestimation d'ordre se fait en deux étapes. Dans une première étape, nous réécrivons  $A$  et  $\mathbf{h}$  sous la

forme partitionnée suivante:  $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{h} =$

$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{h}} \\ \mathbf{h}(0) \end{bmatrix}$  où  $A_{11}$  est  $m(N-1) \times m(N-1)$  et  $A_{22}$  est  $m \times m$ . La solution de (19) est :

$$\mathbf{h}(0) = V_{\min}(A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12}), \\ \tilde{\mathbf{h}} = [\mathbf{h}^H(N-1) \dots \mathbf{h}^H(1)]^H = -A_{11}^{-1} A_{12} \mathbf{h}(0) .$$

L'ancrage de la réponse impulsionnelle en soi ne permet pas d'obtenir la robustesse à la surestimation d'ordre. L'utilisation de la pseudoinverse de Moore-Penrose  $A_{11}^+$  pour  $A_{11}$  aboutira à des problèmes de surestimation de l'ordre du canal. La deuxième étape consiste donc à considérer la factorisation triangulaire UDL pour  $A_{11} = U D U^H$  et à forcer les diagonales bloc singulières qui se répètent dans  $D$  à zéro et mettre les éléments de la colonne correspondante dans  $U$ , qui se trouvent en haut de l'élément diagonal, à zéro. Dans [5], nous démontrons que cette procédure en deux étapes permet de garantir la robustesse à la surestimation de l'ordre du canal. Dans ce qui suit, nous proposons une approche duale à celle décrite précédemment et basée sur la formulation (19).

## 4.1.2 Seconde approche

Dans les deux cas traités ci-dessous (SRM et sous-espace), on peut aisément conclure que le noyau de la matrice  $A$  est, dans le cas exact, de dimension  $N' - N + 1$ , où  $N'$  est l'ordre (sur)estimé (la généralisation aux autres méthodes ne pose pas de problème particulier). De plus, cette matrice est Toeplitz par blocs, ce qui permet d'en effectuer une factorisation UDL par l'algorithme rapide de Levinson multicanal adapté au cas singulier. Pour  $N' = N$ , le dernier élément de la matrice bloc diagonale est singulier, et le calcul des inverses dans l'algorithme de Levinson est remplacé par un calcul de pseudo-inverses. Ce faisant, de manière similaire à [2], les éléments  $\mathbf{q}(n)$ ,  $n > N$  deviennent nuls. D'autre part, l'élément  $\mathbf{h}(0)$  est déterminé comme étant le vecteur propre minimal du dernier élément de la matrice bloc diagonale et  $\mathbf{h} = \mathbf{Q}\mathbf{h}(0)$ . La robustesse à la surdétermination de l'ordre s'en déduit immédiatement. Dans le cas de statistiques estimées, le seuil intervenant dans le calcul de la pseudo-inverse sera fonction du SNR (qui peut être déduit de  $\lambda_{\min}(A)$ ). On notera que l'apparition du premier élément bloc diagonal singulier correspond à l'ordre exact et constitue un mécanisme de détermination de l'ordre nous donnant "gratuitement" l'estimée du canal.

## 5 Les résultats de simulation

Dans les simulations que nous présentons dans ce papier, nous mesurons la performance des méthodes à travers l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée (NMSE), moyennée sur 300 réalisations Monte Carlo, et donnée par  $\text{NMSE} = \frac{1}{300} \sum_{i=1}^{300} \|\hat{\mathbf{h}}^{(i)} - \mathbf{h}\|^2 / \|\mathbf{h}\|^2$ . Nous utilisons un canal complexe généré de façon aléatoire  $\mathbf{H}$  avec  $N = 3$  et  $m = 3$  :

$$\begin{bmatrix} 0.0591-0.3600j & 0.3516+1.2460j & 1.1650+0.8717j \\ 1.7971-0.1356j & -0.6965-0.6390j & 0.6268-1.4462j \\ 0.2641-1.3493j & 1.6961+0.5774j & 0.0751-0.7012j \end{bmatrix}$$

Les symboles sont i.i.d. BPSK, et la longueur de la trame des données est  $M = 100$ . Le rapport signal à bruit est défini comme suit :  $\text{SNR} = (\|\mathbf{h}\|^2 \sigma_a^2) / (m \sigma_v^2)$ . Le canal est supposé avoir un ordre surestimé  $N'$ . Les coefficients  $\mathbf{q}(N'-1) \dots \mathbf{q}(1)$  sont calculés par l'intermédiaire de l'algorithme de Levinson multicanal. Dans cet algorithme, les inverses des matrices représentant l'équivalent des puissances d'erreurs dans le cas de la prédiction linéaire sont remplacés par des pseudo-inverses. En-deçà de ce seuil, les valeurs propres sont considérées comme étant nulles et les vecteurs propres associés comme faisant partie du noyau de la matrice. En fait, si on continue l'algorithme, les coefficients  $\mathbf{q}(N)$  suivants sont, en théorie, nuls. Nous pouvons donc interpréter l'apparition d'une singularité dans les matrices de puissance d'erreur de prédiction comme étant une détection (implicite) de l'ordre du canal. Dans la Figure 1, nous illustrons la robustesse de notre approche dans le cas SRM. Nous avons utilisé la technique SRM pour estimer le canal  $\mathbf{H}$  en supposant que son ordre est  $N' = 4 > 3 = N$ , nous constatons que l'utilisation de la contrainte  $\|\mathbf{h}(0)\| = 1$  conduit à une légère augmentation du NMSE, alors que l'échec de l'utilisation de la contrainte  $\|\mathbf{h}\| = 1$  pour préserver la robustesse de la méthode à la surdétermination de l'ordre du canal est clair. Dans la Figure 2, la robustesse de notre approche est illustrée dans le cas de l'ajustement du sous-espace signal (SSF). Nous avons utilisé un ensemble non complet de vecteurs de l'espace bruit pour estimer  $\mathbf{H}$  en supposant que son ordre est  $N' = 5 > 3 = N$  et nous avons implémenté la stratégie décrite ci-dessus. Cette dernière donne le bon ordre du canal jusqu'à un SNR de 5 dB. Nous constatons que

l'utilisation de la contrainte  $\|\mathbf{h}(0)\| = 1$  conduit à une légère augmentation du NMSE par rapport à la méthode classique, alors que l'utilisation de la contrainte  $\|\mathbf{h}\| = 1$  échoue dans le maintien la robustesse de la méthode à la surdétermination de l'ordre du canal.

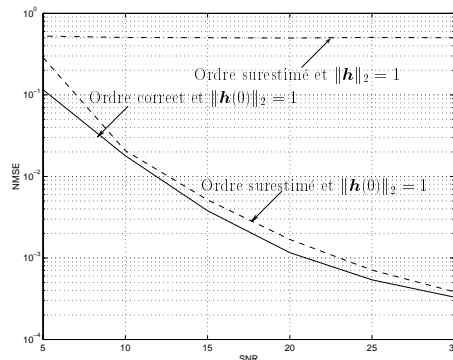


FIG. 1: SRM: robustesse à la surestimation de l'ordre du canal avec les contraintes  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$  et  $\|\mathbf{h}(0)\|_2 = 1$

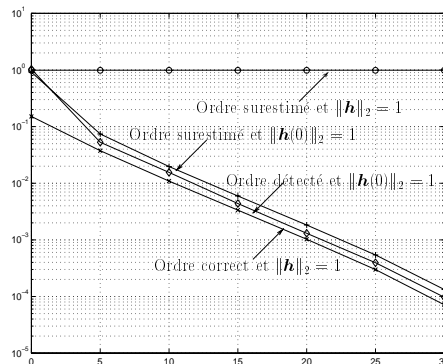


FIG. 2: SSF: robustesse à la surestimation de l'ordre du canal avec les contraintes  $\|\mathbf{h}\|_2 = 1$  et  $\|\mathbf{h}(0)\|_2 = 1$

## Références

- [1] D.T.M. Slock. "Blind Fractionally-Spaced Equalization, Perfect-Reconstruction Filter Banks and Multichannel Linear Prediction". In *Proc. ICASSP 94 Conf.*, Adelaide, Australia, April 1994.
- [2] D.T.M. Slock. "Subspace Techniques in Blind Mobile Radio Channel Identification and Equalization using Fractional Spacing and/or Multiple Antennas". In *Proc. 3rd International Workshop on SVD and Signal Processing*, Leuven, Belgium, Aug. 22-25 1994.
- [3] D.T.M. Slock and C. B. Papadias. "Blind Fractionally-spaced Equalization Based on Cyclostationarity". In *Proc. Vehicular Technology Conf.*, Stockholm, Sweden, June 1994.
- [4] L.A. Baccala and S. Roy. "A New Time-Domain Blind Channel Identification Method". *IEEE Signal Processing Letters*, 1(6):89-91, June 1994.
- [5] Jaouhar Ayadi, Luc Deneire and Dirk T.M. Slock. "Channel-based Blind Multichannel Identification Without Order Overestimation Problems". In *Proc. ICSDSP 97 Conf.*, Santorini, Greece, July 1997.