



# Thèse

**présentée pour obtenir le grade de docteur**

**de l'École Nationale Supérieure  
des Télécommunications**

Spécialité : Electronique et Communications

**HAFÊDH TRIGUI**

## **ANNULATION D'INTERFÉRENCES ET ÉGALISATION POUR LES SYSTÈMES MOBILES UTILISANT L'AMRT, APPLICATION AU SYSTÈME GSM.**

Soutenue le jeudi 30 septembre 1999 devant le jury composé de

Pierre Comon (I3S, UNSA)

Président

Pascal Chevalier (Thomson-CSF)

Rapporteurs

Philippe Forster (CNAM)

Meriem Jaidane (ENIT, Tunisie)

Examineurs

Sylvie Mayrargue (CNET, France Télécom)

Dirk Slock (EURECOM)

Directeur de Thèse

**École Nationale Supérieure des Télécommunications**

*A mes parents qui ont tant fait pour moi; sans leur affection et leur soutien ce travail, et bien d'autres choses, n'auraient pû être.*

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres de jury de ma thèse pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail:

- Monsieur Pierre Comon (I3S, UNSA) qui m'a fait l'honneur de présider mon jury.
- Messieurs Pascal Chevalier (Thomson-CSF) et Philippe Forster (CNAM) qui ont accepté la tâche de rapporteur et dont les remarques constructives ont contribué à améliorer la qualité de ce mémoire.
- Mesdames Meriem Jaïdane (ENIT, Tunisie) et Sylvie Mayrargue (CNET, France Télécom) qui ont accepté de juger ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude à mon encadreur Monsieur Dirk T. M. Slock qui par son enthousiasme, sa disponibilité, sa rigueur scientifique et ses encouragements m'a permis de profiter de son expérience et de maîtriser un domaine en perpétuelle évolution.

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Département des Communications Mobiles de l'Institut EURECOM, Sophia Antipolis. Je tiens à remercier le personnel de l'Institut pour l'excellent accueil qui m'a été réservé, pour l'environnement de recherche exceptionnel et les meilleures conditions qui m'ont été offertes pour effectuer ce travail. Je voudrais aussi remercier Monsieur Jean-Pierre Tubach qui m'a accueilli à l'unité de recherche associée au Centre National de la Recherche Scientifique (URA 820, Laboratoire Traitement et Communication de l'Information, ENST Paris) pendant trois années en tant que boursier docteur ingénieur.

Mes remerciements s'adressent aussi à tous mes amis pour leur sympathie, tout particulièrement l'équipe *Digital Signal Processing for Mobile Communication* et ceux qui ont accepté de corriger ce manuscrit.

Finalement, je tiens à remercier Monsieur Mohamed B. T. Kamoun (ENIS, Tunisie) qui m'a motivé à suivre une formation doctorale à Sophia Antipolis, pour ses encouragements et ses conseils tout au long de la thèse.

## Résumé

Nous interprétons la détection de symboles par maximum de vraisemblance (DSMV) dans un contexte multivoie en termes d'annulation des interférences co-canal. L'aspect multivoie peut apparaître lorsqu'on utilise plusieurs antennes à la réception, ou en suréchantillonnant le signal reçu par rapport à la cadence des symboles transmis, ou en exploitant les parties en phase et en quadrature dans le cas de symboles réels. Nous démontrons grâce à la borne du filtre adapté qu'une amélioration significative des performances peut résulter de la prise en compte des corrélations spatio-temporelles des interférences dans la métrique de l'algorithme de Viterbi.

Nous interprétons la DSMV, dans le cas multivoie, comme la cascade de deux opérations: la réduction des interférences et l'égalisation d'un canal monovoie. Nous démontrons que la première opération est une généralisation au cas spatio-temporel d'un récepteur spatial bien connu en traitement d'antenne et que l'égaliseur optimal est celui utilisant l'algorithme de Viterbi. Du moment où la complexité de ce dernier devient prohibitive dans le cas d'une large constellation, nous proposons d'égaliser les zéros du canal monovoie qui se trouvent assez loin du cercle unité.

Sachant que la réponse impulsionnelle d'un canal radio est la cascade du filtre de transmission (modulateur), du canal de propagation et du filtre de réception, on peut écrire la version échantillonnée de la réponse impulsionnelle comme la convolution d'un filtre de mise en forme (modulateur et filtre de réception) échantillonné et d'une version échantillonnée du canal de propagation filtré par un filtre passe-bas si la fréquence d'échantillonnage satisfait le critère de Nyquist. Le filtre de mise en forme, commun à tous les utilisateurs, est alors égalisé partiellement afin d'améliorer l'estimation des quantités nécessaires à la mise en œuvre du récepteur. La qualité d'estimation de ces quantités peut être améliorée si un algorithme de saut de fréquences cyclique est utilisé dans un système mobile cellulaire quasi-synchrone. La performance de cette approche est limitée, essentiellement, par l'excès en largeur de bande du filtre de mise en forme.

Nous démontrons que le récepteur proposé est équivalent à un filtre de Wiener vectoriel si l'égaliseur monovoie est un égaliseur linéaire minimisant l'erreur quadratique moyenne. Nous avons exploité le fait que ce récepteur permet une certaine réduction des interférences pour améliorer la qualité d'estimation du canal d'un utilisateur donné. En supposant que la séquence d'entrée est gaussienne, nous avons proposé deux critères de moindres carrés optimalement pondérés pour l'estimation du canal dont les performances atteintes en pratique peuvent être proches de celles correspondant à une méthode semi-aveugle si l'estimation du spectre du signal reçu est bonne.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Les communications mobiles cellulaires . . . . .	1
1.1.1	Annulation des interférences . . . . .	3
1.1.2	Application au système GSM . . . . .	5
1.2	Modélisation . . . . .	6
1.2.1	Mise en évidence d'un filtre de transmission . . . . .	6
1.2.2	Description de l'environnement radiomobile . . . . .	10
1.2.3	Notations, hypothèses et modèle de données . . . . .	10
1.3	Implémentation du récepteur proposé . . . . .	14
1.3.1	Estimation (semi-aveugle) du canal d'un utilisateur donné . . . . .	14
1.3.2	Exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme . . . . .	15
1.3.3	Egaliseurs à complexité réduite . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Aspect multivoie et annulation des interférences</b>	<b>17</b>
2.1	Probabilité d'erreur et borne du filtre adapté . . . . .	17
2.2	Interprétation de la borne du filtre adapté . . . . .	19
2.3	Borne du filtre adapté dans le cas d'un bruit coloré . . . . .	19
2.4	Bornes de performances pour l'annulation des interférences . . . . .	21
2.5	Filtrage spatial optimal . . . . .	23
2.6	Résultats de simulations . . . . .	24
2.7	Conclusion . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Structures de récepteurs multivoie</b>	<b>29</b>
3.1	Méthode du maximum a posteriori . . . . .	29
3.2	Méthode du maximum de vraisemblance (MV) . . . . .	30
3.3	Détection de séquences par la méthode du MV . . . . .	30
3.3.1	Implémentation de la DSMV opérant sur un signal multivoie . . . . .	31
3.3.2	Estimation des filtres . . . . .	32
3.4	Egaliseur avec retour de décisions non causal . . . . .	33
3.4.1	Minimisation de l'erreur quadratique moyenne . . . . .	34
3.4.2	Dérivation liée à la borne du filtre adapté . . . . .	35
3.4.3	Egaliseur avec retour de décisions non causal multi-sortie . . . . .	36

3.5	Prédiction linéaire et annulation des interférences . . . . .	36
3.6	Egaliseur avec retour de décisions . . . . .	37
3.6.1	ERD minimisant l'EQM et forçant l'IES à zéro . . . . .	37
3.6.2	ERD non biaisé minimisant l'EQM . . . . .	37
3.7	Récepteurs linéaires . . . . .	38
3.7.1	Filtrage spatio-temporel . . . . .	38
3.7.2	Filtrage spatial . . . . .	39
3.8	Conclusion . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Un filtre adapté avec annulation des interférences</b>	<b>41</b>
4.1	Dérivation d'un filtre adapté avec annulation des interférences . . . . .	42
4.2	Annulations des interférences . . . . .	43
4.3	Conservation de la borne du filtre adapté . . . . .	44
4.4	Liaison avec la formation de voies . . . . .	44
4.5	Pouvoir d'annulation des interférences . . . . .	45
4.6	Comparaison avec le filtrage de Wiener . . . . .	47
4.7	Extension au cas de signaux non circulaires . . . . .	48
4.8	Conclusion . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Méthodes d'estimation du canal d'un utilisateur donné</b>	<b>53</b>
5.1	Estimation paramétrique du spectre du signal reçu . . . . .	54
5.1.1	Méthode de projections alternées . . . . .	54
5.1.2	Résolution sous contraintes du critère de MV par l'algorithme EM . . . . .	55
5.1.3	Calcul de l'estimateur de MV . . . . .	56
5.1.4	Ajustement de covariances . . . . .	61
5.2	Méthodes d'estimation de canal . . . . .	62
5.2.1	Méthodes déterministes . . . . .	62
5.2.2	Méthodes gaussiennes . . . . .	64
5.3	Filtrage de Wiener . . . . .	67
5.3.1	Filtrage d'ordre infini . . . . .	68
5.3.2	Filtrage d'ordre fini . . . . .	68
5.4	Résultats de simulations . . . . .	69
5.5	Conclusion . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Implémentation du récepteur proposé</b>	<b>73</b>
6.1	Exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme . . . . .	73
6.1.1	Formulation générale . . . . .	74
6.1.2	Formulation correspondant à un cas particulier . . . . .	74
6.2	Egalisation partielle du filtre de mise en forme . . . . .	75
6.2.1	Egalisation partielle minimisant l'erreur quadratique moyenne . . . . .	76
6.2.2	Implémentation du récepteur . . . . .	77
6.2.3	Borne(s) de la probabilité d'erreur . . . . .	77

6.2.4	Résultats de simulations . . . . .	78
6.3	Annulation d'interférences dans un système cellulaire quasi-synchrone . . . . .	79
6.3.1	Problème de synchronisation au niveau d'un paquet . . . . .	80
6.3.2	Implémentation du récepteur proposé . . . . .	82
6.3.3	Résultats de simulations . . . . .	83
6.4	Limitations pratiques de l'exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme dans la norme GSM . . . . .	84
6.5	Conclusion . . . . .	85
<b>7</b>	<b>Performance des récepteurs à complexité réduite et application à la norme EDGE</b>	<b>87</b>
7.1	Réduction du nombre d'états dans le treillis . . . . .	88
7.2	Borne de filtre adapté dans le cas d'un canal et/ou d'une matrice de covariance du bruit estimé . . . . .	89
7.3	Raccourcissement par un filtrage linéaire . . . . .	90
7.3.1	Filtre de forçage à zéro . . . . .	90
7.3.2	Filtre minimisant l'erreur quadratique moyenne (EQM) . . . . .	93
7.4	Raccourcissement par un égaliseur avec retour de décisions . . . . .	94
7.5	Résultats de simulations . . . . .	95
7.6	Commentaires sur la réduction conjointe des interférences et de la mémoire du canal d'un utilisateur donné . . . . .	96
7.7	Conclusion . . . . .	97
	<b>Conclusion générale</b>	<b>99</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>101</b>



# Table des figures

1.1	Système de communications mobiles cellulaire. . . . .	2
1.2	(a) Réponse impulsionnelle $\phi(t)$ de la phase d'une modulation GMSK, (b) Filtre de transmission $f(t)$ de la modulation GMSK. . . . .	8
1.3	Chaîne de modulation d'un signal GMSK. . . . .	8
1.4	Identification d'une modulation GMSK par la méthode des Moindres carrés. . . . .	9
1.5	Linéarisation d'un signal GMSK en bande de base. . . . .	9
2.1	BFA en fonction du RSI pour RSB=20dB, un capteur, un interféreur et suréchantillonnage par $p = 2$ , pour les modèles de canaux RU, TU et HI. . . . .	25
2.2	BFA en fonction du RSI pour RSB=20dB, deux capteurs, un interféreur et pas de suréchantillonnage, pour les modèles de canaux RU, TU et HI. . . . .	25
2.3	BFA en fonction du RSI pour RSB=20dB, deux capteurs, pas de suréchantillonnage, le modèle TU, pour 2, 3 et 4 interféreurs. . . . .	25
2.4	BFA en fonction du RSI pour RSB=20dB, un capteur, deux interféreurs et suréchantillonnage par $p = 2$ , pour les modèles de canaux RU, TU et HI. . . . .	25
2.5	BFA en fonction du RSI pour RSB=20dB, deux capteurs, un interféreur et pas de suréchantillonnage, pour le modèle BU avec 3, 4 ou 5 capteurs. . . . .	26
3.1	Détection de séquence par maximum de vraisemblance sur un signal multivoie. . . . .	32
3.2	Egaliseur avec retour de décisions non causal. . . . .	35
3.3	Egaliseur avec retour de décisions. . . . .	37
3.4	Egaliseur avec retour de décisions non biaisé minimisant l'EQM. . . . .	38
4.1	Un filtre adapté avec annulation des interférences (ICMF). . . . .	43
4.2	Un filtre adapté avec annulation des interférences non circulaires. . . . .	49
5.1	Estimation de canal basée sur un filtrage de Wiener. . . . .	67
5.2	Qualité d'estimation du canal en fonction du rapport signal à bruit. . . . .	70
6.1	Schéma bloc d'un égaliseur partiel minimisant l'erreur quadratique moyenne. . . . .	76
6.2	Courbes de probabilité d'erreur pour l'environnement urbain. . . . .	78
6.3	Structure d'une trame dans le système GSM. . . . .	79
6.4	Corrélation de la première séquence d'apprentissage spécifiée par la norme GSM. . . . .	81
6.5	Exemple d'un saut de fréquences cyclique. . . . .	82

6.6	Probabilité de la détection de la séquence d'apprentissage de l'interfereur . . .	83
6.7	Courbes de probabilité d'erreur obtenues en moyennant sur 1000 paquets. . .	84
7.1	Répartition de la constellation 8-PSK en sous-ensembles selon l'ordre croissant de la distance minimale: $\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2$ . . . . .	89
7.2	Raccourcissement de la longueur du canal par un filtre de forçage à zéro. . . .	91
7.3	Raccourcissement de la longueur du canal par un filtre minimisant l'erreur quadratique moyenne. . . . .	93
7.4	Raccourcissement de la longueur du canal par un égaliseur avec retour de décisions. . . . .	95
7.5	Probabilité d'erreur en fonction de l'ordre $n$ du canal raccourci: (a) par un filtrage linéaire pour l'environnement urbain (TU0), (b) par un ERD pour les environnements TU0, BU0 et RU0. . . . .	95
7.6	Probabilité d'erreur en fonction de l'ordre du canal raccourci par égalisation partielle des zéros de $\mathbf{h}(z)$ pour l'environnement TU0. . . . .	96
7.7	Récepteur à complexité réduite, optimal au sens de la DSMV, pour la détection d'un utilisateur donné dans un bruit gaussien circulaire. . . . .	97

## Notations mathématiques

$\mathbb{N}$	ensemble des entiers naturels
$\mathbb{Q}$	ensemble des nombres rationnels
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels
$\mathbb{R}^+$	ensemble des nombres réels positifs
$\mathbb{C}$	ensemble des nombres complexes
$\lceil x \rceil$	le plus petit entier naturel supérieur à $x$
$\mathcal{N}(m, C)$	distribution gaussienne de moyenne $m$ et de matrice de covariance $C$
$v = \text{vec}(a)$	vecteur contenant tous les éléments de la matrice $a$ rangés colonne par colonne
$v = \overline{\text{vec}}(a)$	ignorer une partie non significative de $a$ en faisant $\text{vec}(a)$
$a_{ij}$	élément de la $i$ ème ligne et $j$ ème colonne de la matrice $a$
$a \otimes b$	produit de Kronecker: $a_{ij}$ est remplacé par $a_{ij}b$
$a^T$	transposée de la matrice $a$
$a^H$	transposée conjuguée (Hermitien) de la matrice $a$
$a^\dagger(z)$	transposée conjuguée avec inversion dans le temps des coefficients du filtre $a(z)$
$a * b$	convolution de $a$ et $b$
$\delta_{i,j}$	symbole de Kronecker ( $\delta_{i,j} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{i,j} = 0$ si $i \neq j$ )
$\Im(x) = x^I$	partie imaginaire de la matrice complexe $x$
$\Re(x) = x^R$	partie réelle de la matrice complexe $x$
$I_m$	matrice identité de taille $m$
$a^{1/2}$	racine carrée de la matrice hermitienne $a = a^{1/2}a^{H/2}$ , issue de la décomposition de Cholesky
$Q(x)$	fonction de la probabilité d'erreur
$\text{diag}(x)$	matrice diagonale, ayant la même diagonale que $x$
$\text{BlocDiag}(x)$	matrice bloc-diagonale, ayant la même diagonale bloc que $x$
$\text{tr}(x)$	trace de la matrice $x$
$\triangleq$	par définition
$x \sim y$	$x$ est proportionnel à $y$
$P_a$	projection orthogonale sur l'espace engendré par les colonnes de $a$
$P_a^\perp$	projection orthogonale sur le complément orthogonal de l'espace engendré par les colonnes de $a$
$r_{uv}(i)$	fonction d'intercorrélation des processus $u_{k+i}$ et $v_k$
$S_{uv}(z)$	densité spectrale de puissance
$\lambda_{\min}(a)$	valeur propre minimale de $a$
$\lambda_{\max}(a)$	valeur propre maximale de $a$
$\mathcal{V}_{\min}(a)$	vecteur propre correspondant à la valeur propre minimale de $a$
$\mathcal{V}_{\max}(a)$	vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale de $a$
$\mathcal{V}_{\max}(a, b)$	vecteur propre généralisé correspondant à la valeur propre généralisée maximale de $a$ et $b$
$\mathcal{V}_{\min}(a, b)$	vecteur propre généralisé correspondant à la valeur propre généralisée minimale de $a$ et $b$

## Abréviations

§	section
c.a.d.	c'est a dire
d.s.p.	densité spectrale de puissance
ex.	exemple
eq.	équation
f.d.p.	fonction de densité de probabilité
i.i.d.	indépendants et identiquement distribués
resp.	respectivement
AC	Ajustement de Covariances
AMRC	Accès Multiple par Répartition de Code
AMRT	Accès Multiple par Répartition Temporelle
AR	AutoRégressif
BABG	Bruit Additif Blanc et Gaussien
BCR	Borne de Cramer-Rao
BCRN	Borne de Cramer-Rao Normalisée
BFA	Borne du Filtre Adapté
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
BU	<i>Bad Urbain</i>
CM	<i>Constant Modulus</i>
CPFSK	<i>Continuous Phase Frequency Shift Keying</i>
DC	Détection Conjointe
DSMV	Détection de Séquence basée sur le critère de Maximum de Vraisemblance
EDGE	<i>Enhanced Data Rates for Global Evolution</i>
EFZ	Egaliseur de Forçage à Zéro
EP	Egalisation Partielle
ERD	Egaliseur avec Retour des Décisions
ETSI	<i>European Telecommunications Standards Institute</i>
EQM	Erreur Quadratique Moyenne
EQMM	Erreur Quadratique Moyenne Minimale
FLIT	Filtre Linéaire Invariant dans le Temps
GMSK	<i>Gaussian Minimum Shift Keying</i>
GSC	<i>Generalized Sidelobe Canceler</i>
GSM	<i>Global System for Mobile</i>
HI	<i>Hilly Terrain</i>
ICMF	<i>Interference Canceling Matched Filter</i>
IES	Interférences Entre Symboles
IESR	Interférences Entre Symboles Résiduelles
IEU	Interférences Entre Utilisateurs

ILSE	<i>Iterative Least Squares with Enumeration</i>
ILSP	<i>Iterative Least Squares with Projection</i>
LCMV	<i>Linearly Constrained Minimum Variance</i>
LIM	Lemme d'Inversion Matricielle
MA	<i>Moving Average</i>
MAP	Maximum a posteriori
MC	Moindres Carrés
MIF	Matrice d'Information de Fisher
MRC	<i>Maximal Ratio Combining</i>
MSK	<i>Minimum Shift Keying</i>
MV	Maximum de Vraisemblance
MVD	Maximum de Vraisemblance Déterministe
MVG	Maximum de Vraisemblance Gaussien
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>
RID	Réponse Impulsionnelle Désirée
RIF	Réponse Impulsionnelle Finie
RII	Réponse Impulsionnelle Infinie
RLS	<i>Recursive Least Squares</i>
RSB	Rapport Signal à Bruit
RSBI	Rapport Signal à Bruit plus Interférence
RSI	Rapport Signal à Interférence
RU	<i>Rural Area</i>
TSVA	<i>Tap Selectable Viterbi Algorithm</i>
TU	<i>Typical Urbain</i>



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Les communications mobiles cellulaires

La propagation radio-électrique en milieu urbain ou à l'intérieur des immeubles donne lieu à des réflexions multiples et à des diffractions. Les signaux radios réfléchis, qui sont déformés et atténués, par ces milieux sont nommés trajets multiples. La superposition de ces trajets est décrite par un système linéaire avec une certaine réponse impulsionnelle appelée *canal*. Si l'étalement dans le temps des retards des différents trajets est suffisamment grand, la version temps discret de la réponse impulsionnelle obtenue en échantillonnant au rythme des symboles transmis aura plusieurs échantillons non nuls; ce qui entraîne des interférences entre symboles (IES). De plus, dans un scénario dynamique (lorsque les émetteurs et/ou les récepteurs se déplacent), la réponse impulsionnelle du canal varie dans le temps; ce qui complique d'avantage les structures des récepteurs.

Afin d'éliminer les interférences entre symboles, et pour reconstituer le signal émis, le récepteur doit comporter un égaliseur qui inverse l'action du canal. Dans le cas d'une méthode indirecte [Tal96], l'identification du canal est la première étape de l'égalisation. La deuxième étape sera l'utilisation d'un égaliseur paramétré par la réponse impulsionnelle du canal (l'algorithme de Viterbi par exemple) pour détecter les symboles émis.

Pour résoudre le problème de la variation du canal dans le temps, les systèmes actuels de communications mobiles numériques (le standard européen GSM: *Global System for Mobile* ou américain IS54/136) utilisant l'accès multiple par répartition temporelle (AMRT) transmettent les données en paquets de manière à ce qu'on puisse considérer le canal comme invariant dans le temps pendant la durée d'un paquet. Pour permettre l'identification de la réponse impulsionnelle du canal, les techniques standards d'identification de systèmes nécessitent non seulement la disponibilité des mesures de la sortie du système qui est le signal reçu mais aussi des mesures du signal d'entrée (les symboles transmis) qui est justement l'entité recherchée. Pour cela, chaque paquet émis comporte une séquence de symboles dite séquence d'apprentissage qui est connue du récepteur. Notons que la longueur de la séquence d'apprentissage, qui réduit le débit utile, résulte d'un compromis entre une qualité d'estimation désirée et la longueur maximale de la réponse impulsionnelle du canal que l'on peut traiter; il y aura tou-

jours des canaux (surtout dans les régions montagneuses) dont la réponse impulsionnelle est plus longue que celle qu'on peut traiter. Afin de maximiser le nombre d'équations, la séquence d'apprentissage doit contenir des symboles consécutifs se trouvant assez loin des bords.

Pour la réception des signaux, on se placera dans un contexte multivoie. L'aspect multivoie apparaît assez naturellement lorsqu'on utilise plusieurs antennes ou si on exploite plusieurs (deux) polarisations à la réception. Ainsi, plusieurs voies physiques apparaissent. L'aspect multivoie peut aussi être introduit de manière artificielle en suréchantillonnant le signal reçu par rapport à la cadence des symboles. Par exemple, si on suréchantillonne par un facteur de deux, on peut considérer séparément les échantillons pairs et impairs, qui forment deux séquences au rythme des symboles. Pour avoir une formulation dans laquelle le signal reçu peut être considéré comme un signal stationnaire, il faut toujours représenter ce signal à la cadence des symboles. Donc, dans le cas du suréchantillonnage, on obtient un signal reçu vectoriel (multivoie) en séparant les sous-séquences à la cadence des symboles. Finalement, une autre manière pour obtenir deux voies se présente dans le cas des symboles réels (plutôt que complexes) correspondant par exemple aux modulations BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) et PAM (*Pulse Amplitude Modulation*). Dans ce cas, après modulation et démodulation, les parties en phase et en quadrature du canal du signal reçu peuvent être considérées comme deux voies fictives dans un système où l'entrée, le bruit et la sortie sont des quantités réelles. On obtient ainsi un canal vectoriel ayant deux composantes réelles.

Afin de satisfaire la demande croissante de communications rapides et mobiles, et par conséquent d'augmenter la capacité du système mobile, l'une des solutions proposées est l'utilisation d'un système cellulaire. La totalité des bandes de fréquences, dont le nombre est appelé facteur de réutilisation, est partagée entre les cellules selon un motif qui est alors répété de manière à assurer la couverture complète de l'espace terrestre. La figure 1.1 montre l'exemple d'un motif à trois cellules. La popularité de ces systèmes entraîne la saturation de leurs capa-

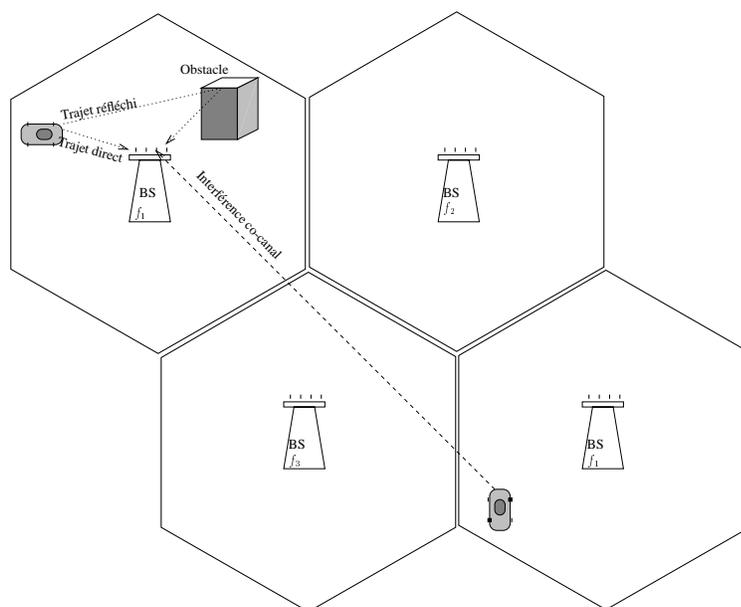


FIG. 1.1 – Système de communications mobiles cellulaire.

cités dans les endroits stratégiques; ce qui motive actuellement les concepteurs à trouver des solutions qui augmentent la capacité de leurs systèmes. D'autre part, les performances de ces systèmes sont évaluées en fonction du niveau des interférences alors que le niveau du bruit est la principale limitation pour les communications numériques sur une ligne téléphonique. Ces interférences peuvent se trouver dans la même bande de fréquence (interférence co-canal) ou dans des bandes voisines (interférences des canaux adjacents). En pratique, on arrive souvent à réduire les interférences des canaux adjacents par un filtrage passe-bas à la réception [GHM94, MP92]. Cependant, les interférences co-canal restent la principale limitation de la qualité du signal reçu. Pour cela, nous proposons dans ce qui suit de faire l'annulation des interférences co-canal permettant aussi de réduire le facteur de réutilisation (pour une certaine qualité de service), et par conséquent d'augmenter la capacité du système.

### 1.1.1 Annulation des interférences

Etant donné un signal reçu contenant les contributions de multiples utilisateurs, le récepteur optimal effectue la Détection de Séquence basée sur le critère du Maximum de Vraisemblance (DSMV) [For72] par l'algorithme de Viterbi [For73]. Cependant, la complexité (exponentielle en nombre d'utilisateurs) de l'algorithme de Viterbi devient prohibitive dans le cas multi-utilisateur [Ver86]. Des techniques sous-optimales doivent alors être développées. Une approche sous-optimale commence par reconnaître la dimension spatiale du problème multi-utilisateur cellulaire: les signaux des interféreurs et de l'utilisateur considéré arrivent typiquement par des directions différentes. Une antenne adaptative peut être utilisée pour orienter le diagramme d'antenne vers la direction du signal désiré en mettant des zéros dans les directions des interféreurs [VB88]. Cette approche qui repose complètement sur la dimension spatiale est une forme de la détection multi-utilisateur linéaire.

Dans la suite, nous nous intéresserons, en particulier, aux récepteurs traitant un seul utilisateur en considérant les autres utilisateurs comme des interféreurs. Du moment où on ne va pas détecter les symboles des interféreurs, nous allons ignorer leur distribution discrète. D'autre part, nous n'allons pas considérer tous les moments de leur distribution, et nous allons nous limiter aux moments du second ordre. Afin de simplifier le traitement, on pourra supposer que la distribution résultante des différents interféreurs est gaussienne. Cette hypothèse, utilisée aussi dans [ME86, VPPF94, BJ95, Slo96], devient de plus en plus justifiée lorsque l'étalement dans le temps des voies et/ou le nombre des interféreurs augmentent (loi de la limite centrale).

Avec la modélisation des interféreurs comme du bruit gaussien coloré, le récepteur optimal effectue toujours la DSMV, cette fois-ci mono-utilisateur mais avec du bruit coloré. Dans le cas multivoie, la DSMV peut commencer par un filtre adapté spatio-temporel blanchisseur; qui prend en compte les corrélations des interféreurs. Le filtre adapté réduit le signal reçu vectoriel à un signal scalaire. La réception par la DSMV continue ensuite par l'algorithme de Viterbi, qui devrait encore prendre en compte les corrélations de la composante bruit de ce signal scalaire. Nous démontrons qu'à la première étape, le filtre adapté blanchisseur effectue en effet une annulation (ou au moins une réduction) des interféreurs (IEU: interférences entre utilisateurs) alors que la deuxième étape (Viterbi) effectue l'égalisation et élimine donc les

interférences entre symboles (IES).

Nous démontrons que le filtre adapté blanchisseur peut être interprété comme étant le résultat de la minimisation d'un critère quadratique avec une contrainte linéaire. En effet, le filtre adapté blanchisseur est le filtre qui, pour la contribution de l'utilisateur considéré dans le signal reçu, se comporte comme un filtre adapté (habituel, c.a.d. en supposant un bruit blanc) tout en minimisant la variance du signal à sa sortie. Donc, le filtre adapté blanchisseur est l'équivalent spatio-temporel du LCMV (*Linearly Constrained Minimum-Variance beam-former*) en traitement d'antenne, qui est le cas purement spatial. Le LCMV permet une reformulation qui consiste à reparamétriser le problème de manière à satisfaire automatiquement la contrainte linéaire. Cette reformulation mène au GSC (*Generalized Sidelobe Canceler*). L'équivalent spatio-temporel du GSC pour notre problème de réception multivoie est l'ICMF (*Interference Canceling Matched Filter*). La mise en œuvre de ce dernier nécessite l'estimation du canal de l'utilisateur considéré (estimation basée sur une séquence d'apprentissage), pour former un filtre adapté, et un filtre d'annulation des interférences dont la détermination peut être facilitée si tout le signal du paquet de données envoyées est utilisé.

L'interprétation de la DSMV en terme de l'ICMF permet une analyse des performances pour un certain nombre d'interfereurs en présence d'un bruit blanc. Nous démontrons qu'en absence de tout autre bruit, un nombre d'interfereurs égal au nombre de canaux moins deux peut être parfaitement annulé, et ceci avec un filtre de longueur finie. Si nous nous permettons un filtrage de longueur infinie, ce nombre d'interfereurs augmente de un. Dans les autres cas, une annulation parfaite des interfereurs ne sera pas possible (et donc le récepteur deviendra sous-optimal) et seulement une réduction des interférences sera possible. Des expressions pour cette réduction seront données. En particulier, nous décrivons les performances en terme de borne du filtre adapté (BFA - *Matched Filter Bound: MFB*). La BFA donne une borne supérieure aux performances atteignables par l'égalisation (cette borne est en même temps une bonne approximation pour les performances de la DSMV). La BFA est un rapport signal à bruit tel que la probabilité d'erreur correspondante est obtenue par la formule de la probabilité d'erreur pour le cas d'un canal idéal (sans distorsion) avec du bruit blanc gaussien et avec la BFA comme rapport signal à bruit.

Nous décrivons le récepteur ICMF, récemment proposé par Slock [Slo96], dans le chapitre 4. Outre l'analyse présentée dans le papier original [Slo96], nous quantifions, dans ce chapitre, le pouvoir d'annulation des interférences par une borne inférieure de la probabilité d'erreur évaluée en moyennant sur une distribution uniforme des canaux de tous les utilisateurs. Nous analysons aussi la structure du récepteur dans le cas d'un bruit coloré gaussien non circulaire. Ces résultats ont été présentés dans

D. T. M. Slock and H. Trigui. An Interference Cancelling Multichannel Matched Filter. In *Proc. Communication Theory Mini-Conference (Globecom)*, Nov.1996. London, England.

Ce chapitre sera précédé par le chapitre 3 qui décrit les structures des récepteurs (multivoie) connus dans la littérature. Ce chapitre, loin d'être complet, nous a permis de comprendre les

mécanismes de fonctionnement de ces récepteurs et de situer notre travail par rapport à l'état de l'art.

### 1.1.2 Application au système GSM

Le système GSM utilise la modulation non linéaire GMSK (*Gaussian Minimum Shift Keying*) qui peut être très bien approximée par une modulation linéaire. Dans le modèle linéaire, les symboles sont d'abord filtrés par un certain filtre de mise en forme avant d'être transmis. Ce filtre s'ajoute à la réponse impulsionnelle du canal de propagation pour donner le canal total entre les symboles transmis et le signal reçu. Dans le modèle linéaire, la constellation des symboles est binaire à tous les instants. Par contre, cette constellation n'est pas constante: elle est réelle aux périodes de symboles paires, et elle est imaginaire aux périodes impaires. Si on sous-échantillonne tous les signaux par un facteur de deux, on double aussi bien le nombre de sources (les sous-séquences paire et impaire des symboles apparaissent) que le nombre de voies [TS97a]. Ainsi, avec une constellation réelle binaire à tous les instants, on peut appliquer le dédoublement du nombre de voies en considérant les parties en phase et en quadrature expliqué précédemment. Afin d'éviter le dédoublement du nombre de sources, nous proposons de procéder différemment. Puisque l'entrée du modèle linéaire est formée par des symboles réels modulés, il suffit de démoduler le signal reçu (qui est déjà en bande de base) pour restituer l'aspect réel de l'entrée. De nouveau, on peut appliquer le dédoublement du nombre de voies mais cette fois-ci sans augmenter le nombre de sources [TS98a].

Ensuite, nous analysons les performances en terme de BFA par des simulations de Monte Carlo. Dans chaque réalisation, nous déterminons une réponse impulsionnelle (aléatoire) pour le canal de l'utilisateur considéré et des interféreurs selon un modèle du canal (Urban, Rural, Hilly Terrain) proposé par l'ETSI (*European Telecommunications Standards Institute*) et nous prenons la moyenne de la BFA sur la distribution de ces canaux. Nous considérons le cas d'un interféreur en présence d'un bruit blanc et nous étudions en fonction de la puissance de l'interféreur, pour un rapport signal à bruit (RSB) donné, la dégradation de la BFA. Il est intéressant de calculer la BFA dans le cas où l'interféreur devient arbitrairement fort et de la comparer avec le cas où l'interféreur est absent (ce cas extrême correspond au cas de la détection conjointe de tous les utilisateurs qui est l'approche optimale).

Nous constatons qu'avec une seule antenne, et rien d'autre qu'en utilisant l'aspect bivoie dû à l'exploitation des parties en phase et en quadrature, la perte de la BFA est limitée à 5dB. Donc cette approche s'avère très intéressante et peut être immédiatement implémentée dans le système GSM actuel en ajoutant, relativement, une quantité faible de code dans le mobile. Avec l'exploitation d'une deuxième antenne (ou polarisation), la perte maximale de la BFA se réduit à 2dB; ce qui rend l'approche implémentable dans la station de base (qui utilise effectivement deux antennes). Ces performances sont comparées avec celles résultant de l'exploitation des corrélations spatiales des interféreurs [BJ95] (et non pas les corrélations spatio-temporelles). Nous observons que pour les canaux GSM, qui ont un certain étalement dans le temps, cette simplification limite les performances de manière significative. Cette simplification n'offre plus au système une certaine résistance aux interférences dans le sens où la dégradation de

la BFA est sans limite lorsque les interférences deviennent arbitrairement forts [TS98a]. Nous présentons, dans le chapitre 2, ces résultats qui ont été publiés dans

H. Trigui and D. T. M. Slock. Cochannel Interference Cancellation within the Current GSM Standard. In *Proc. Workshop COST254*, July 7-9 1997. Toulouse, France.

H. Trigui and D. T. M. Slock. Cochannel Interference Cancellation within the Current GSM Standard. In *Proc. of the IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, Oct. 5-9 1998. Florence, Italy.

H. Trigui and D. T. M. Slock. "Performance Bounds for Cochannel Interference Cancellation within the current GSM Standard". "To appear in a special issue of the European Journal Signal Processing (EURASIP)", 1999.

## 1.2 Modélisation

### 1.2.1 Mise en évidence d'un filtre de transmission

Nous nous proposons dans cette section de modéliser l'émetteur (formé essentiellement par un modulateur MSK: *Minimum Shift Keying* ou GMSK) par un filtre linéaire invariant dans le temps (FLIT) avec les symboles transmis modulés comme entrée. Dans le cas de la modulation linéaire (MSK), ce filtre est exact. Par contre, nous démontrons qu'un filtre linéaire est une bonne approximation de la modulation non linéaire (GMSK) qui est notre centre d'intérêt. Dans le cas général, Laurent a démontré dans [Lau86] que toute modulation (numérique) de phase peut être approximée par une superposition des modulations d'amplitude.

#### Cas de la modulation linéaire MSK

Considérons un signal CPFSK (*Continuous Phase Frequency Shift Keying*)[Pro89]

$$s(t) = \sqrt{\frac{2\sigma_d^2}{T}} \exp(j2\pi f_c t + j\varphi(t)) \quad (1.1)$$

où  $\sigma_d^2$  est l'énergie des symboles transmis  $d_k$ ,  $f_c$  est la fréquence de la porteuse et  $j = \sqrt{-1}$ . La phase  $\varphi(t)$  d'un signal CPFSK croît ou décroît durant chaque période des symboles  $T$  selon

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= 2h \sum_k a_k \frac{\pi}{2} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^t \text{rect}\left(\frac{u - kT}{T}\right) du = 2h \sum_k a_k \frac{\pi}{2} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{t-kT} \text{rect}\left(\frac{u}{T}\right) du \\ &= 2h \sum_k a_k \phi(t - kT) \end{aligned} \quad (1.2)$$

$a_k = d_k d_{k-1} = \frac{d_k}{d_{k-1}}$  est la sortie d'un codeur différentiel,  $\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \text{ailleurs} \end{cases}$  et

$$\phi(t) = \frac{\pi}{2T} \int_{-\infty}^t \text{rect}\left(\frac{u}{T}\right) du = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ \frac{\pi}{2} \frac{t}{T} & , 0 \leq t \leq T \\ \frac{\pi}{2} & , t > T \end{cases}$$

L'expression de la phase, pour une modulation MSK correspondant à l'indice de modulation  $h = \frac{1}{2}$ , pour  $t \in [kT, (k+1)T]$  est donnée par

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{k-1} a_n + a_k \phi(t - kT) \quad (1.3)$$

qui, insérée dans l'expression de  $s(t)$ , permet d'établir l'enveloppe complexe du signal MSK

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{j\varphi(t)} = e^{j\frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{k-1} a_n} e^{ja_k \phi(t-kT)} = \prod_{n=0}^{k-1} e^{j\frac{\pi}{2} a_n} e^{ja_k \phi(t-kT)} \\ &= j^k \prod_{n=0}^{k-1} a_n e^{ja_k \phi(t-kT)} = j^k \prod_{n=0}^{k-1} \frac{d_n}{d_{n-1}} e^{ja_k \phi(t-kT)} \\ &= j^k d_{k-1} e^{ja_k \phi(t-kT)} = j^k d_{k-1} \left[ \cos\phi(t - kT) + j \frac{d_k}{d_{k-1}} \sin\phi(t - kT) \right] \\ &= j \cos\phi(t - kT) b_{k-1} + j \sin\phi(t - kT) b_k \quad \text{avec } b_k = j^k d_k \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(t - kT) b_k \end{aligned}$$

Le filtre de transmission correspondant à la modulation MSK est, alors, donné par

$$f(t) = \begin{cases} j \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) & , 0 \leq t \leq 2T \\ 0 & , \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (1.4)$$

### Cas de la modulation non linéaire GMSK

Nous détaillons dans cette section le cas d'un signal GMSK décrit en bande de base par son enveloppe complexe  $x(t) = e^{j\varphi(t)}$  où

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \sum_k a_k \int_{-\infty}^t \text{rect}\left(\frac{u - kT}{T}\right) * h(u) du = \sum_k a_k \phi(t - kT) \quad (1.5)$$

est la phase modulée,  $\phi(t)$  peut être interprétée comme étant une réponse impulsionnelle de la phase,  $\{a_k\}$  est l'ensemble des symboles résultant d'un codage différentiel des données originales  $\{d_k\} \in \{-1, 1\}$  et  $T$  est la période des symboles. La réponse impulsionnelle de la phase est obtenue en intégrant un filtre gaussien  $h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma T}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2 T^2}}$ , et est donnée par

$$\phi(t) = \frac{\pi}{2} \int_{-\infty}^t \text{rect}\left(\frac{u}{T}\right) * h(u) du = \frac{\pi}{2} \left[ G\left(\frac{t}{T} + \frac{1}{2}\right) - G\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right) \right] \quad (1.6)$$

où  $\sigma = \frac{\sqrt{\ln(2)}}{2\pi BT}$ ,  $B$  est la largeur de bande à -3dB,  $BT = 0.3$  et

$$G(u) = \sigma^2 T h(uT) + u \int_{-\infty}^{uT} h(t) dt. \quad (1.7)$$

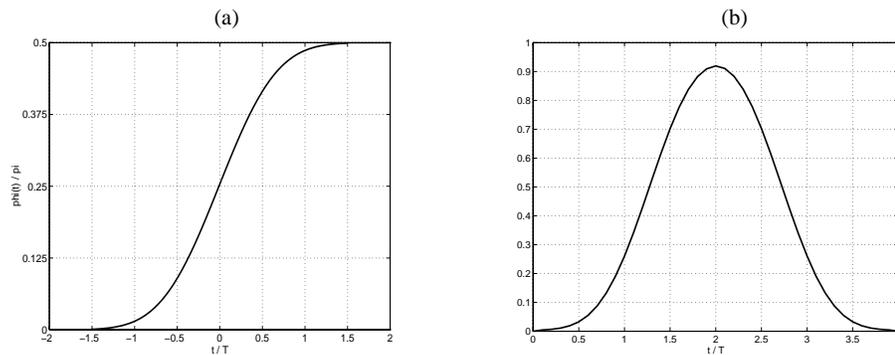


FIG. 1.2 – (a) Réponse impulsionnelle  $\phi(t)$  de la phase d'une modulation GMSK, (b) Filtre de transmission  $f(t)$  de la modulation GMSK.

Nous pouvons remarquer sur la figure 1.2a qu'on peut approximer  $\phi(t)$  par zéro si  $t < -\frac{3T}{2}$  et par  $\frac{\pi}{2}$  si  $t > \frac{3T}{2}$ . En interprétant cette figure, nous concluons qu'un symbole  $a_k$  a une influence sur trois périodes de symboles ( $k - 1, k, k + 1$ ). Etant donnée la séquence d'origine  $\{d_k\}$ , le

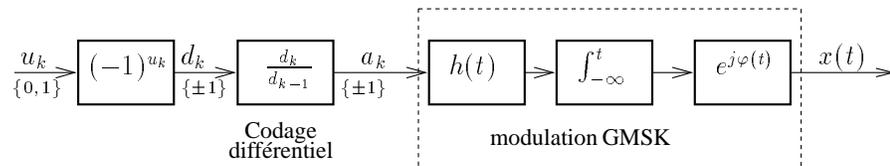


FIG. 1.3 – Chaîne de modulation d'un signal GMSK.

codeur différentiel (FIG. 1.3) produit à sa sortie  $a_k = d_k d_{k-1} = \frac{d_k}{d_{k-1}}$ . La relation d'entrée-sortie de ce codeur satisfait  $a_k = 1$  si  $d_k = d_{k-1}$  et  $a_k = -1$  si  $d_k = -d_{k-1}$ . Cette relation implique que la phase  $\varphi(t)$  croît par  $\frac{\pi}{2}$  durant trois périodes de symboles si les symboles aux instants  $k$  et  $k - 1$  sont égaux et décroît par la même quantité dans l'autre cas. C'est le cas d'une modulation avec mémoire où des IES sont introduites par la modulation elle-même.

Un signal GMSK suréchantillonné peut être approximé par un filtre linéaire ayant une réponse impulsionnelle (FIG. 1.2b) s'étalant sur quatre périodes de symboles, excitée par la séquence  $b_k = j^k d_k$ , une version modulée des symboles transmis  $d_k$ . Nous avons mentionné dans la section précédente que cette approximation disparaît et la modélisation devient exacte (mais avec un filtre plus court) dans le cas des signaux MSK. En exploitant le caractère bande limitée du signal GMSK, on peut approximer la version temps continu de ce signal en interpolant la sortie d'un système linéaire à temps discret. Pour cela, il faut supposer que le facteur d'échantillonnage  $\frac{T}{T}$  de la sortie du modulateur  $x(t)$  satisfait le théorème de Shannon. Le système linéaire  $\mathbf{F}$  (FIG. 1.4) qui modélise le signal GMSK suréchantillonné est estimé par la méthode de moindres carrés (MC) sur une longue période du signal. On pourra utiliser aussi, pour le modèle linéarisé, l'impulsion principale obtenue par la décomposition de Laurent [Lau86]. Toutefois, notre modèle linéarisé est optimal au sens des moindres carrés et permet d'améliorer le rapport signal à bruit relatif à l'erreur d'approximation (sur 1000 périodes de symboles) de 5dB.

Soit  $\{f_{ir+u}\}_{0 \leq i \leq L_f - 1; 0 \leq u \leq r-1}$  la réponse impulsionnelle, de longueur  $L_f = 4T$ , du sys-

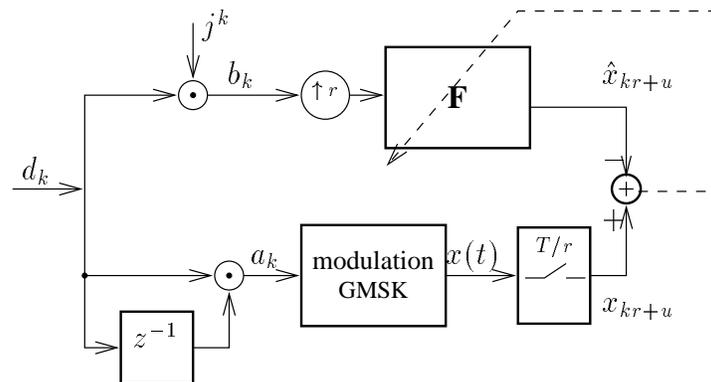


FIG. 1.4 – Identification d'une modulation GMSK par la méthode des Moindres carrés.

tème identifié  $\mathbf{F}$  ayant pour sortie échantillonnée

$$x(t_0 + kT + u\frac{T}{r}) = x_{kr+u} \approx \hat{x}_{kr+u} = \sum_{i=0}^{L_f-1} f_{ir+u} b_{k-i} \quad (1.8)$$

où  $t_0 \in [0, T]$  est un instant d'échantillonnage initial. Après interpolation, l'enveloppe complexe du signal GMSK sera approximée par

$$\hat{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(t - kT) b_k. \quad (1.9)$$

Le filtre  $f(t) = \sum_{i=0}^{L_f-1} \sum_{u=0}^{r-1} \text{sinc}(r\frac{t-t_0}{T} - ir - u) f_{ir+u}$  peut être alors interprété comme étant un filtre de transmission (FIG. 1.2b).

Pour avoir une idée sur la qualité de cette estimation, nous traçons sur la figure 1.5 simultanément la partie réelle du signal GMSK en bande de base  $x(t)$  et son estimée  $\hat{x}(t)$  pour un facteur de suréchantillonnage  $r = 6$ . Le rapport signal à bruit (relatif à l'erreur d'approxi-

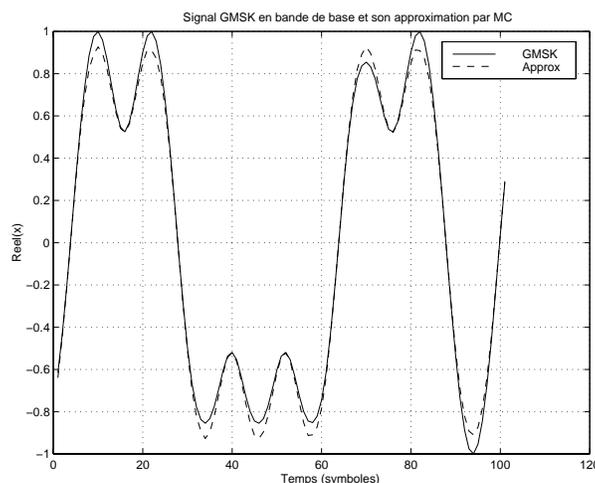


FIG. 1.5 – Linéarisation d'un signal GMSK en bande de base.

mation dont le spectre est similaire à celui du signal qui n'est pas constant) est égal dans ce cas à 25dB. La variance des erreurs de linéarisation doit être ajoutée à la variance du bruit blanc, qu'on va considérer par la suite, pour donner la variance totale du bruit. Avec la prise en compte des erreurs de modélisation dans la variance du bruit, nous supposons que le modèle linéarisé est correct et que la modulation est (rendue) linéaire.

## 1.2.2 Description de l'environnement radiomobile

L'environnement des communications radiomobiles est constitué par des objets physiques (immeubles, voitures, montagnes...) qui altèrent les signaux émis avant qu'ils atteignent leurs destinations. L'aspect dynamique de cet environnement rend compliqué la bonne modélisation du milieu de propagation. Dans la littérature, des modèles statistiques pour chaque type d'environnement (rural, urbain et montagneux) ont été adoptés séparément afin de trouver les techniques les plus efficaces lors de la conception d'un système de communications radiomobiles [Rap96].

Les signaux émis peuvent être atténués sous l'effet de la distance, diffractés et/ou réfléchis par les obstacles. Quant aux interférences, ils dépendent en plus de la puissance émise par chaque source. Le récepteur aura pour chaque signal émis des copies déphasées et atténuées. L'addition constructive ou destructive de ces trajets multiples et des sources interférentes modifie les caractéristiques du signal utile.

## 1.2.3 Notations, hypothèses et modèle de données

- *Enveloppe complexe du signal modulé:*

Nous considérons le cas des modulations linéaires; l'extension au cas de quelques modulations non linéaires [Lau86, TS98a] est aussi possible (après une linéarisation). Le message utile pour l'utilisateur  $i$  est une séquence de symboles  $\{d_{i,k}\}$  appartenant à un alphabet fini  $\Omega$ . A la sortie du modulateur GMSK nous aurons le signal

$$s_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(t - kT)b_{i,k}, \quad (1.10)$$

multiplié par  $e^{j2\pi f_c t}$  où  $T$  est la période des symboles,  $f_c$  est la fréquence de la porteuse,  $f(t)$  est le filtre de transmission et  $b_{i,k} = j^k d_{i,k}$ .

- *Canal de propagation:*

L'environnement de propagation est modélisé par un canal matriciel  $c_{i,j}(t)$  ( $1 \leq i \leq N_s; 1 \leq j \leq N_u$ ) ayant  $N_u$  entrées (le nombre d'utilisateurs) et  $N_s$  sorties (le nombre de capteurs à la réception). Il s'agit d'un modèle linéaire dans lequel le principe de superposition (des signaux) est applicable. Pour les signaux à bande limitée, on peut approximer l'environnement par un ensemble de trajets multiples atténués et déphasés.

Ainsi, la fonction de transfert entre l'utilisateur  $j$  et l'antenne  $n$  peut s'écrire comme

$$c_{nj}(t) = \sum_{r=1}^{Lc_{nj}} a_{r,nj} \delta(t - \tau_{r,nj}) \quad (1.11)$$

où  $a_{r,nj}$  et  $\tau_{r,nj}$  sont respectivement l'amplitude (complexe) et le retard du trajet  $r$ . Le retard  $\tau_{r,nj}$  dépend de l'angle d'arrivée de l'onde et de la géométrie de l'antenne. La distribution des amplitudes et les valeurs (déterministes) des retards dépendent de l'environnement de la propagation (urbain, rural ou montagneux). Dans un contexte multi-utilisateur, un retard  $\tau_j$  lié à l'utilisateur  $j$  uniformément réparti sur une période de symboles vient s'ajouter à l'ensemble des retards.

- *Bruit blanc:*

Le bruit thermique des capteurs et/ou des échantillonneurs est modélisé par un processus aléatoire stationnaire gaussien et centré. Si les capteurs sont espacés par une distance supérieure à  $\lambda/2$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde alors le bruit est supposé être spatialement blanc. Si les capteurs sont identiques alors la puissance du bruit sera équirépartie sur les capteurs. Le spectre du bruit blanc (théoriquement infini) est très large et il peut s'étendre à  $10^{13} Hz$  [Lee82].

- *Filtre de réception:*

Les fréquences des porteuses sont espacées, en GSM, de 200kHz. Afin d'atténuer la puissance des canaux adjacents, les normes [ETS95] spécifient pour les constructeurs un gabarit qui doit satisfaire une certaine qualité de service. Dans l'absence dans nos simulations des utilisateurs appartenant à des cellules adjacentes, on se contentera d'un filtre de réception idéal d'amplitude  $\sqrt{T}$  dans la largeur de bande.

- *Signal reçu:*

Après démodulation, le signal reçu est un mélange convolutif bruité des signaux émis. En supposant que les modulateurs pour les différentes sources sont identiques, la relation d'entrées/sorties est donnée par

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(t - kT) b_k + n(t) \quad (1.12)$$

où  $y(t) = [y_1(t) \cdots y_{N_s}(t)]^T$  est le vecteur des signaux reçus sur les capteurs à l'instant  $t$ ,  $n(t) = [n_1(t) \cdots n_{N_s}(t)]^T$  celui du bruit sur les capteurs au même instant et  $b_k = [b_{1,k} \cdots b_{N_u,k}]^T$  le vecteur des signaux sources modulés par  $j^k$  à l'instant  $t = kT$ . En absence de toute fréquence d'offset, la convolution du canal de propagation  $c(t)$ , du filtre de transmission  $f(t)$  et éventuellement du filtre de réception  $g(t)$  est la réponse impulsionnelle globale  $h(t) = c(t) * f(t) * g(t)$ . La convolution du filtre de transmission

et du filtre de réception est *le filtre de mise en forme*. Ce dernier est donné, dans le cas où  $g(t)$  est un filtre idéal de (moitié de) largeur de bande  $\frac{p}{2T}$ , par l'expression

$$p_s(t) = f(t) * g(t) = \begin{cases} \sqrt{T} \sum_{i=0}^{L_f-1} \sum_{u=0}^{r-1} \operatorname{sinc}\left(r \frac{t-t_0}{T} - ir - u\right) f_{ir+u} & \text{si } p > r, \\ \frac{p}{r} \sqrt{T} \sum_{i=0}^{L_f-1} \sum_{u=0}^{r-1} \operatorname{sinc}\left(p \frac{t-t_0}{T} - ip - u \frac{p}{r}\right) f_{ir+u} & \text{si } p \leq r. \end{cases} \quad (1.13)$$

Puisque la modulation GMSK est à bande limitée, la diversité obtenue par le suréchantillonnage est limitée. En pratique,  $p = 2$ . Il est à noter que  $p$ , qui est un paramètre de conception à la réception, est indépendant du choix de  $r$  qui est typiquement plus grand. A la sortie du capteur  $n$  et avec les hypothèses précédentes sur le modèle de propagation, les symboles de l'utilisateur  $j$  doivent passer par le canal

$$h_{nj}(t) = \sum_{r=1}^{Lc_{nj}} a_{r,nj} p_s(t - \tau_j - \tau_{r,nj}). \quad (1.14)$$

Il s'en suit que chaque colonne  $h_j(t)$  de  $h(t)$  est un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) de longueur  $N_j T = (L_f + \tau_j)T + \max_{r, 1 \leq n \leq N_s} \tau_{r,nj} T$  où  $L_f T$  est la longueur du filtre de mise en forme.

- *Diversité:*

La diversité spatiale consiste à recevoir sur des capteurs suffisamment éloignés des copies déphasées des signaux. On peut créer des voies artificielles en suréchantillonnant le signal reçu sur chaque capteur à la fréquence  $\frac{p}{T}$  [GM75, Ung76]. En général, l'entier  $p$  est faible et dépasse rarement deux dans le cas des signaux à bande limitée. Il a été mentionné dans [Slo93] qu'un suréchantillonnage fractionnel est déconseillé dans le cas des transmissions par paquets courts (cas de tous les systèmes cellulaires). En effet, la formulation vectorielle (stationnaire) réduit le nombre d'échantillons nécessaires au calcul des statistiques du signal (matrice d'autocovariance par exemple).

Introduisons les  $p$  phases des  $N_s$  signaux (suréchantillonnés) reçus sur les capteurs par:

$$y_{(n-1)p+l,k} = y_n\left(t_0 + \left(k + \frac{l}{p}\right)T\right), \quad n = 1, \dots, N_s, \quad l = 0, \dots, p-1 \quad (1.15)$$

où  $y_n(t)$  est le signal reçu par le capteur  $n$ .

Notons que nous ne considérons pas dans ce manuscrit le cas de la diversité induite par l'émetteur [Win98].

- *Variance du bruit à la sortie d'un filtre de réception idéal:*

Soit  $\frac{N_0}{2}$  la densité spectrale de puissance de la partie réelle ou imaginaire d'un bruit blanc  $w_e(t)$  à l'entrée du filtre de réception  $g(t) = \frac{p}{\sqrt{T}} \operatorname{sinc}\left(p \frac{t}{T}\right)$ . A la sortie de ce filtre,

on aura le bruit

$$w_s(t) = w_e(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)w_e(t - \tau)d\tau \quad (1.16)$$

qui, échantillonné à l'instant  $t = k\frac{T}{p}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , fournit  $w_s(k\frac{T}{p}) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)w_e(k\frac{T}{p} - \tau)d\tau$ . En calculant la fonction d'autocorrélation du processus  $w_s(k)$

$$\begin{aligned} R_{w_s w_s}(k\frac{T}{p} - l\frac{T}{p}) &= \mathbf{E} \left[ w_s(k\frac{T}{p})w_s(l\frac{T}{p}) \right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)g(\tau')\mathbf{E} \left[ w_e(k\frac{T}{p} - \tau)w_e(l\frac{T}{p} - \tau') \right] d\tau d\tau' \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau)g(\tau')\frac{N_0}{2}\delta(l\frac{T}{p} - \tau' + \tau - k\frac{T}{p}) \\ &= \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau')g(\tau' + k\frac{T}{p} - l\frac{T}{p})d\tau' \\ &= \frac{N_0}{2}p \delta_{k,l} \quad \forall k, l \in \mathbb{Z}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

on remarque que le bruit, filtré, échantillonné à la fréquence  $\frac{p}{T}$  est blanc et il a comme variance (de la partie réelle ou imaginaire)  $p\frac{N_0}{2}$ . Par conséquent, le suréchantillonnage est une source d'amplification du bruit.

- *Signal discret:*

Echantillonnons le signal (filtré) reçu (1.12) à la cadence  $\frac{p}{T}$  et réarrangeons les sous-échantillons obtenus pour avoir une représentation vectorielle à la cadence des symboles

$$\mathbf{y}_k = \sum_{l=1}^{N_u} \sum_{i=0}^{N_l-1} \mathbf{h}_{l,i} b_{l,k-i} + \mathbf{n}_k = \sum_{l=1}^{N_u} \mathbf{H}_{l,N_l} B_{l,N_l}(k) + \mathbf{n}_k, \quad (1.18)$$

$\mathbf{y}_k = [y_{0,k} y_{p,k} \cdots y_{(N_s-1)p,k}, \cdots, y_{p-1,k} y_{2p-1,k} \cdots y_{N_s p-1,k}]^T$  et une écriture similaire pour  $\mathbf{n}_k$  et  $\mathbf{h}_{l,k}$ . Les coefficients de la réponse impulsionnelle relative à l'utilisateur  $l$ , et s'étalant sur  $N_l T$ , sont regroupés dans la matrice  $\mathbf{H}_{l,N_l} = [\mathbf{h}_{l,N_l-1} \cdots \mathbf{h}_{l,0}]$ . Cette dernière doit être multipliée par  $B_{l,N_l}(k) = [b_{l,k-N_l+1} \cdots b_{l,k}]^T$  pour donner la contribution de l'utilisateur  $l$  dans le signal  $\mathbf{y}_k$ .

- *Exploitation du caractère unidimensionnel de la constellation dans le modèle multivoie:*

L'entrée  $b_k$  du modèle multivoie discret est complexe alors que la constellation des symboles  $d_k$  est réelle. Si on représente le système par des quantités réelles, on arrive à doubler le nombre de voies. La décomposition polyphase aux instants pairs et impairs, introduite dans [TS97a], du signal  $\mathbf{y}_k$  permet de doubler aussi bien le nombre de voies que le nombre de sources. Les sous-séquences  $(-1)^k d_{2k}$  et  $(-1)^k d_{2k+1}$  apparaissent sous la forme de deux sources indépendantes. Afin de doubler le nombre de voies, sans modifier le nombre de sources, il a été proposé dans [KOS96] de démoduler le signal  $\mathbf{y}_k$  par  $j^{-k}$  pour compenser la rotation de l'alphabet [Lau86] et restituer l'aspect réel de l'entrée. Après cette démodulation

$$j^{-k} \mathbf{y}_k = \sum_{l=1}^{N_u} \sum_{i=0}^{N_l-1} j^{-k} \mathbf{h}_{l,i} b_{l,k-i} + j^{-k} \mathbf{n}_k = \sum_{l=1}^{N_u} \sum_{i=0}^{N_l-1} (j^{-i} \mathbf{h}_{l,i}) d_{l,k-i} + j^{-k} \mathbf{n}_k, \quad (1.19)$$

on décompose les quantités complexes en parties réelles et imaginaires

$$\begin{cases} \mathbf{y}_k^R = \Re(j^{-k} \mathbf{y}_k) = \sum_{l=1}^{N_u} \sum_{i=0}^{N_l-1} \Re(j^{-i} \mathbf{h}_{l,i}) d_{l,k-i} + \Re(j^{-k} \mathbf{n}_k) = \sum_{l=1}^{N_u} \mathbf{h}_l^R(q) d_k + \mathbf{n}_k^R, \\ \mathbf{y}_k^I = \Im(j^{-k} \mathbf{y}_k) = \sum_{l=1}^{N_u} \sum_{i=0}^{N_l-1} \Im(j^{-i} \mathbf{h}_{l,i}) d_{l,k-i} + \Im(j^{-k} \mathbf{n}_k) = \sum_{l=1}^{N_u} \mathbf{h}_l^I(q) d_k + \mathbf{n}_k^I, \end{cases} \quad (1.20)$$

où  $q^{-1}$  est l'opérateur de retard ( $q^{-1} \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_{k-1}$ ) et

$$\begin{cases} \mathbf{h}_l^R(q) = \sum_{i=0}^{N_l-1} \mathbf{h}_{l,i}^R q^{-i} = \sum_{i=0}^{N_l-1} \Re(j^{-i} \mathbf{h}_{l,i}) q^{-i}, \\ \mathbf{h}_l^I(q) = \sum_{i=0}^{N_l-1} \mathbf{h}_{l,i}^I q^{-i} = \sum_{i=0}^{N_l-1} \Im(j^{-i} \mathbf{h}_{l,i}) q^{-i}. \end{cases} \quad (1.21)$$

Une représentation plus compacte de ce système, ayant  $N_u$  entrées et  $m = 2pN_s$  sorties réelles, est la suivante

$$\bar{\mathbf{y}}_k = \mathcal{P} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_k^R \\ \mathbf{y}_k^I \end{bmatrix} = \mathcal{P} \sum_{l=1}^{N_u} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_l^R(q) \\ \mathbf{h}_l^I(q) \end{bmatrix} d_{l,k} + \mathcal{P} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_k^R \\ \mathbf{n}_k^I \end{bmatrix} = \sum_{l=1}^{N_u} \bar{\mathbf{h}}_l(q) d_{l,k} + \bar{\mathbf{n}}_k, \quad (1.22)$$

où  $\mathcal{P}$  est une matrice de permutation qui doit prendre en compte un arrangement préféré des phases. En pratique les symboles d'un utilisateur peuvent être considérés comme étant blancs et décorrélés entre les utilisateurs. Ainsi,  $E[d_{l,k} d_{i,j}] = \delta_{l,i} \delta_{k,j} \sigma_d^2$ .

Dans la suite de ce rapport, on considèrera le premier utilisateur comme celui désiré. La contribution des autres utilisateurs sera additionnée au bruit  $\bar{\mathbf{n}}_k$  pour former un bruit coloré spatialement (et temporellement)  $\bar{\mathbf{v}}_k$ . Dans ce cas, le modèle précédent se réécrit comme suit:

$$\bar{\mathbf{y}}_k = \bar{\mathbf{h}}_1(q) d_{1,k} + \sum_{l=2}^{N_u} \bar{\mathbf{h}}_l(q) d_{l,k} + \bar{\mathbf{n}}_k = \bar{\mathbf{h}}_1(q) d_{1,k} + \bar{\mathbf{v}}_k. \quad (1.23)$$

Dans tous les endroits où il n'y aura pas de risque de confusion, l'indice 1 sera omis et on aura le modèle simplifié

$$\bar{\mathbf{y}}_k = \bar{\mathbf{h}}(q) d_k + \bar{\mathbf{v}}_k, \quad \bar{\mathbf{h}}(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \bar{\mathbf{h}}_k z^{-k} = \begin{bmatrix} \bar{H}_1(z) \\ \vdots \\ \bar{H}_m(z) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

## 1.3 Implémentation du récepteur proposé

### 1.3.1 Estimation (semi-aveugle) du canal d'un utilisateur donné

La partie critique de l'ICMF est l'estimation du canal de l'utilisateur considéré. La méthode classique des moindres carrés (MC) peut donner des estimées médiocres dans le cas

où la puissance des interféreurs est élevée. Des améliorations significatives peuvent résulter, théoriquement, des méthodes de maximum de vraisemblance et des techniques sous-optimales considérées dans le chapitre 5. Nous proposons deux solutions assez complexes pour améliorer la qualité d'estimation du canal. Dans la première solution, nous estimons le canal à partir de la séquence d'apprentissage par un critère de MC optimalement pondéré. L'autre solution fait intervenir aussi un critère de MC pondéré, mais en modifiant les signaux d'entrée et de la réponse désirée [TS97b]. Cette solution, qui exploite aussi bien l'information de la séquence d'apprentissage que l'information aveugle qui peut exister dans le reste du paquet reçu, est notre première proposition d'un algorithme semi-aveugle. Nous démontrons, grâce à une analyse des bornes de Cramer-Rao, que la séquence d'apprentissage doit être assez courte afin de maximiser l'apport de l'information aveugle qui est asymptotiquement fini. Ces résultats ont été publiés partiellement dans

H. Trigui and D. T. M. Slock. Optimal and Suboptimal Approaches for Training Sequence Based Spatio-Temporal Channel Identification in Colored Noise. In *Proc. 31th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Nov. 3-5 1997. Pacific Grove, CA.

Nous présentons, dans le même chapitre, toutes les méthodes d'estimation spectrale paramétrique que nous avons étudiées dans le but de mettre en œuvre le filtre d'annulation d'interférences en aveugle présent dans l'ICMF. Finalement, nous proposons une méthode bilinéaire pour résoudre le problème de maximum de vraisemblance déterministe correspondant à la démodulation d'un utilisateur en présence d'un bruit gaussien coloré.

### 1.3.2 Exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme

Afin d'améliorer la qualité d'estimation du canal et du filtre d'annulation des interférences, et par conséquent d'implémenter l'ICMF, nous proposons dans le chapitre 6 de prendre en compte les connaissances a priori du système cellulaire (GSM). Nous démontrons qu'une amélioration significative des performances peut résulter de l'exploitation du filtre de mise en forme  $p_s(t)$  [TS98b]. Nous avons proposé dans le papier

H. Trigui and D. T. M. Slock. Training Sequence Aided Multichannel Identification in the Presence of Interference and Noise. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, Nov. 8-12 1998. Sydney, Australia,

qui a reçu le prix de *The Hewlett Packard Excellence Award*, d'égaliser partiellement ce filtre commun à tous les utilisateurs afin de raccourcir leurs canaux. Nous présentons une borne de probabilité d'erreur correspondant à cette implémentation du récepteur. Ensuite, nous considérons le problème d'identification conjointe de canaux multiples pour des utilisateurs quasi-synchrones. Ce scénario est assez courant dans un système utilisant l'AMRT où les stations de base sont synchrones et le rayon des cellules est limité à quelques kilomètres. Après une égalisation partielle du filtre de mise en forme qui compense les IES introduites, principalement par

la modulation GMSK, le récepteur doit détecter les séquences d'apprentissage actives par une étape de synchronisation. La performance de notre méthode de synchronisation [TS99c] est compétitive à celle obtenue en faisant une réduction des interférences sous-optimale (spatiale) proposée dans [CPMD97, LS97, KS98, LCS99]. Nous démontrons que la synchronisation des paquets des interféreurs détectés peut être améliorée dans le cas où le système cellulaire dispose d'un algorithme de saut de fréquences (*frequency hopping*) cyclique. Ces résultats ont été partiellement publiés dans

H. Trigui and D. T. M. Slock. Training Sequence Based Multiuser Channel Identification for Cochannel Interference Cancellation in GSM. In *Proc. Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, May 9-12 1999. Annapolis, MD, USA.

### 1.3.3 Egaliseurs à complexité réduite

Afin d'augmenter le débit dans la troisième génération des systèmes mobiles, la modulation 8-PSK a été adoptée par la norme EDGE. Avec ce choix, la complexité de la DSMV devient prohibitive. Il a été proposé dans la littérature de réduire le nombre d'états dans le treillis et/ou de raccourcir la mémoire du canal afin d'atteindre des performances voisines de celles correspondant à la DSMV sans réduction de la complexité. Nous démontrons, dans le chapitre 7, que l'ICMF peut réduire conjointement les interférences et la mémoire du canal d'un utilisateur donné. Toutefois, son implémentation faisant intervenir des filtres à réponses impulsionnelles infinies est rendue plus difficile. Nous proposons, comme dans [Slo96], de séparer les opérations d'annulation des interférences et de l'égalisation. Nous démontrons qu'il faut éviter, dans le cas monovoie, d'égaliser les zéros du canal qui sont proches du cercle unité. Ces zéros doivent être, alors, traités par la DSMV après l'égalisation partielle des autres zéros. Nous comparons aussi dans le même chapitre la performance de différents types d'égaliseurs multivoie à complexité réduite [TS99b] pouvant être étendus facilement au cas d'un bruit coloré. Ces résultats ont été publiés partiellement dans

H. Trigui and D. T. M. Slock. Performance des égaliseurs à complexité réduite et application à la norme EDGE. In *Proc. 17ème Colloque sur le traitement du signal et des images (GRETSI)*, Du 13 au 17 Septembre 1999. Vannes, France.

# Chapitre 2

## Aspect multivoie et annulation des interférences

La performance de la détection de séquence basée sur le critère du maximum de vraisemblance est bornée (et souvent bien approximée) par la borne du filtre adapté. Dans le chapitre précédent, nous avons démontré que la version linéarisée de la modulation GMSK utilisée par le système GSM peut être reformulée afin d'obtenir une constellation réelle pour les symboles transmis, permettant d'avoir un aspect bivoie dû aux composantes en phase et en quadrature de phase du signal reçu. On peut obtenir plus que deux voies en suréchantillonnant le signal reçu et/ou en utilisant plusieurs capteurs (antennes, polarisations). Pour ce modèle, nous présentons la BFA correspondant à la DSMV faisant la détection d'un seul utilisateur en présence des interféreurs modélisés par un bruit gaussien coloré. Nous supposons que l'information sur la corrélation du bruit exploitée par la DSMV peut être, en général, incomplète (par exemple en simplifiant les corrélations spatio-temporelles par des corrélations spatiales). Dans les conclusions, il s'avère d'une part, que la prise en compte correcte des corrélations spatio-temporelles des interféreurs permet d'améliorer nettement les performances (BFA) et d'autre part, qu'une diversité intéressante résulte de l'exploitation de l'excès en largeur de bande de la modulation GMSK.

### 2.1 Probabilité d'erreur et borne du filtre adapté

Considérons tout d'abord le cas d'un seul utilisateur. Le signal reçu échantillonné à la cadence des symboles est décrit à l'instant  $t = kT$  par l'équation (1.24) où  $\bar{v}_k$  est un bruit blanc spatialement et temporellement de variance  $\sigma_v^2 I_m$  et  $I_m$  est la matrice identité de taille  $m$ . En pratique, on distingue deux cas de transmission: continue et par paquets. La première est fréquemment rencontrée dans les systèmes utilisant l'Accès Multiple par Répartition de Code (AMRC) où toutes les ressources temporelles et fréquentielles sont identiques pour tous les utilisateurs. La transmission par paquets est très fréquente dans les systèmes cellulaires utilisant l'AMRT. Si le paquet est assez long, et si les effets (transitoires) de bords sont négligeables, alors la transmission par paquets sera équivalente à la transmission continue. En général, nous

préférons des dérivations temporelles correspondant à la transmission par paquets. Les formules asymptotiques, correspondant au cas des transmissions continues, seront données dans la mesure où le passage de la formulation temporelle à la formulation fréquentielle sera simple.

Empilons  $L$  échantillons consécutifs du signal reçu dans un vecteur

$$\mathbf{Y} = \mathcal{T}(\overline{\mathbf{H}})D + \mathbf{V} = \mathcal{T}D + \mathbf{V} \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{Y} = [\overline{\mathbf{y}}_1^T \cdots \overline{\mathbf{y}}_L^T]^T$ ,  $\mathbf{V} = [\overline{\mathbf{v}}_1^T \cdots \overline{\mathbf{v}}_L^T]^T$ ,  $D = [d_{2-N} \cdots d_L]^T$ ,  $\overline{\mathbf{H}} = [\overline{h}_{N-1} \cdots \overline{h}_0]$  et  $\mathcal{T}(\overline{\mathbf{H}})$  est une matrice de convolution (bloc) Toeplitz remplie par les coefficients du canal. Le critère à minimiser par la DSMV se réduit dans le cas d'un bruit additif blanc gaussien à un problème de moindres carrés

$$\hat{D} = \arg \min_{D \in \Omega^{L+N-1}} \|\mathbf{Y} - \mathcal{T}(\overline{\mathbf{H}})D\|^2. \quad (2.2)$$

Supposons qu'il existe une séquence de  $n$  symboles estimés  $\hat{D}_n(k) = [\hat{d}_k \cdots \hat{d}_{k+n-1}]^T$  qui ne contient pas  $N$  symboles consécutifs corrects et soit  $E_n(k) \triangleq D_n(k) - \hat{D}_n(k)$  la séquence d'erreur de longueur  $n$  (le premier et le dernier élément étant non nuls) satisfaisant l'évènement d'erreur [For72]

$$\mathcal{E} : \sum_{j=k}^{k+n-1} \|\overline{\mathbf{y}}_j - \overline{\mathbf{H}}\hat{D}_N(j-N+1)\|^2 \leq \sum_{j=k}^{k+n-1} \|\overline{\mathbf{y}}_j - \overline{\mathbf{H}}D_N(j-N+1)\|^2 \quad (2.3)$$

dont la probabilité d'occurrence est donnée par [For72]

$$P(\mathcal{E}) = Q\left(\frac{d(\mathcal{E})}{2\sigma_{\overline{\mathbf{v}}}}\right) ; d(\mathcal{E}) = \|\mathcal{T}_n(k+N-1)E_n(k)\| \quad (2.4)$$

où  $Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  est la fonction de probabilité d'erreur, liée à la fonction d'erreur complémentaire par  $Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$ . La matrice  $\mathcal{T}_n(k+N-1)$  contient l'ensemble des colonnes de  $\mathcal{T}(\overline{\mathbf{H}})$  correspondant à la séquence  $D_n(k)$ . Il a été démontré dans [For72] qu'une bonne approximation de la probabilité d'erreur  $P_e$  est proportionnelle à  $Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma_{\overline{\mathbf{v}}}}\right)$  où  $d_{min} = \min_{E_n} d(\mathcal{E})$  est la valeur minimale de  $d(\mathcal{E})$ . Dans la littérature [CGKS92], l'argument de la fonction d'erreur (lors du calcul de la probabilité d'erreur) est la racine carrée d'une quantité appelée borne du filtre adapté:

$$\sqrt{BFA} \triangleq \frac{d_{min}}{2\sigma_{\overline{\mathbf{v}}}}. \quad (2.5)$$

Dans le cas particulier des transmissions binaires (de symboles i.i.d. de variance  $\sigma_d^2$ ) et  $n = 1$ , on peut vérifier que  $d_{min} = 2\|\overline{\mathbf{H}}\|\sigma_d$  et que

$$P_e = Q(\sqrt{BFA}) = Q\left(\frac{\sigma_d \|\overline{\mathbf{H}}\|}{\sigma_{\overline{\mathbf{v}}}}\right). \quad (2.6)$$

## 2.2 Interprétation de la borne du filtre adapté

Il est bien connu que le récepteur linéaire optimal est le filtre adapté blanchisseur qui est la cascade du filtre adapté (au canal de transmission) et d'un filtre scalaire [For72]. Le filtre adapté a pour but, par exemple, de maximiser le RSB à sa sortie tandis que le filtre scalaire reblanchit le bruit qui a été coloré par le filtre adapté et réduit la mémoire du canal équivalent, ce qui a pour effet de réduire la complexité de tout traitement ultérieur. Ce filtre disparaît dans la dérivation d'Ungerboeck [Ung74] et la métrique considérée par l'algorithme de Viterbi n'est plus euclidienne. Cependant, les récepteurs de Forney et d'Ungerboeck issus de la même formulation mathématique sont équivalents [BC98]. Considérons la transmission d'un symbole isolé  $d_k$ , ou d'une manière équivalente, enlevons la contribution des symboles passés et futurs au symbole  $d_k$  du signal reçu. Soit  $F_k$  un filtre linéaire qui transforme le signal multivoie en un signal scalaire

$$z_k = F_k T_k d_k + F_k \mathbf{V} \quad (2.7)$$

où  $T_k$  est la  $(k + N - 1)$ ème colonne de  $\mathcal{T}(\overline{\mathbf{H}})$ . Le rapport signal à bruit doit dépendre de la position du symbole dans le paquet et il est défini à l'instant  $k$  par

$$\text{RSB}_k = \frac{\sigma_d^2 F_k T_k T_k^H F_k^H}{\sigma_v^2 F_k F_k^H}. \quad (2.8)$$

La solution du problème de maximisation de  $\text{RSB}_k$  par rapport à  $F_k$  est donnée par  $F_k = c T_k^H$  où  $c$  est un scalaire. A part les effets de bords, le rapport signal à bruit à l'entrée de l'élément de décision (qui est le signal  $z_k$ ) est donné par  $\text{RSB}_{k, \max} = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_v^2} \|\overline{\mathbf{H}}\|^2$  et il sera appelé  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$ . Cette valeur, dont la racine carrée apparaît dans l'argument de la probabilité d'erreur (2.6), est la performance atteignable pour un canal  $\overline{\mathbf{H}}$  bruité par un bruit additif blanc et gaussien (BABG) et une constellation donnée si on ne transmet qu'un seul message (c.à.d. en absence des IES). Dans le cas d'une constellation quelconque, une bonne approximation de la probabilité d'erreur  $P_e$  sera proportionnelle à  $Q(\sqrt{BFA})$  [For72]; la BFA étant à son tour proportionnelle au  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$ .

Finalement, la BFA est une quantité liée au rapport signal à bruit. Elle sera confondue dans ce chapitre, faisant appel à une constellation binaire, avec le  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$ .

## 2.3 Borne du filtre adapté dans le cas d'un bruit coloré

Considérons le cas d'un bruit gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \text{E}[\mathbf{V}\mathbf{V}^H]$ . Nous nous intéressons, dans cette section, à la dérivation de la BFA correspondant à la DSMV faisant la détection d'un seul utilisateur en présence d'un bruit gaussien coloré dont la matrice de covariance est supposée être  $\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \text{E}[\widehat{\mathbf{V}}\widehat{\mathbf{V}}^H]$  alors que sa valeur réelle est  $\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \text{E}[\mathbf{V}\mathbf{V}^H]$ . Le problème de la DSMV se ramène dans ce cas à la minimisation d'un critère de moindres carrés pondéré

$$\min_{D \in \Omega^{L+N-1}} \|\mathbf{Y} - \mathcal{T}(\overline{\mathbf{H}})D\|_{\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}}^2. \quad (2.9)$$

Décomposons, comme dans [SC96b], la partie signal en une composante dépendante du symbole à détecter  $d_k$  et une autre composante dépendante des symboles connus  $\overline{D}_k$  (détectés correctement)

$$\mathcal{T}D = \mathcal{T}_{d_k}d_k + \mathcal{T}_{\overline{D}_k}\overline{D}_k. \quad (2.10)$$

$\mathcal{T}_{d_k}$  est la colonne de  $\mathcal{T}$  qui est multipliée par le symbole  $d_k$ ,  $\mathcal{T}_{\overline{D}_k}$  est la matrice  $\mathcal{T}$  dont la colonne  $\mathcal{T}_{d_k}$  a été enlevée, le vecteur  $\overline{D}_k$  contient les symboles passés et futurs au symbole  $d_k$ . Les vecteurs  $\mathcal{T}_{d_k}d_k$  et  $\mathcal{T}_{\overline{D}_k}\overline{D}_k$  contiennent respectivement la contribution du symbole  $d_k$  et les autres symboles dans le paquet. Si la contribution des symboles connus est enlevée du signal reçu, on peut réécrire le critère (2.9) comme

$$\min_{d_k \in \Omega} \left\| [\mathbf{Y} - \mathcal{T}_{\overline{D}_k}\overline{D}_k] - \mathcal{T}_{d_k}d_k \right\|_{\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}}^2. \quad (2.11)$$

Il admet pour solution

$$\begin{cases} \hat{d}_k = \text{dec}\{z_k\} \\ z_k = \left( \mathcal{T}_{d_k}^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathcal{T}_{d_k} \right)^{-1} \mathcal{T}_{d_k}^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} [\mathbf{Y} - \mathcal{T}_{\overline{D}_k}\overline{D}_k] \end{cases} \quad (2.12)$$

où  $\text{dec}\{\cdot\}$  est l'opérateur de décision qui choisit l'élément de l'alphabet  $\Omega$  le plus proche de son argument.  $\mathcal{T}_{d_k}^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}$  est un filtre adapté spatio-temporel multivoie qui maximise le rapport signal à bruit à sa sortie. En appliquant la définition de la section précédente, la borne du filtre adapté est le rapport signal à bruit à l'entrée de l'élément de décision  $\text{dec}\{\cdot\}$ . A l'instant  $k$  et avec la notation simplifiée  $\mathcal{T}_{d_k} = T_k$ , on peut écrire

$$\text{BFA}_k = \text{RSB}_k = \frac{\sigma_d^2 (T_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} T_k)^2}{T_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} T_k}. \quad (2.13)$$

Cette valeur peut varier, à cause des effets de bords, selon la position du symbole dans le paquet. On considèrera la valeur moyenne de la BFA par symbole

$$\text{BFA} = \frac{1}{L + N - 1} \sum_{k=-N+2}^L \text{BFA}_k = \frac{1}{L + N - 1} \sum_{k=-N+2}^L \frac{\sigma_d^2 (T_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} T_k)^2}{T_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} T_k}. \quad (2.14)$$

Quand la longueur du paquet  $L$  tend vers l'infini, cette borne sera équivalente à celle obtenue dans le cas d'une transmission continue. Afin d'obtenir l'expression asymptotique de cette borne, on repose sur le théorème 4.4 établi dans [Gra93]. Soit

$$\mathcal{T}(s_k(z)) = \begin{bmatrix} r_{0,k} & r_{-1,k} & \cdots & r_{-L+1,k} \\ r_{1,k} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & r_{-1,k} \\ r_{L-1,k} & \cdots & r_{1,k} & r_{0,k} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

une matrice Toeplitz de taille  $L$  correspondant au  $k$ ème spectre  $s_k(z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} r_{i,k} z^{-i}$ , les éléments  $r_{i,k}$  peuvent être en général des matrices carrés. Asymptotiquement (quand  $L \rightarrow \infty$ ),

le  $(i, j)$ ème élément du produit des matrices Toeplitz ou de leurs inverses ( $\epsilon_k = \pm 1$ ) est donné par

$$\left[ \prod_k \mathcal{T}^{\epsilon_k}(s_k(z)) \right]_{i,j} = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} z^{i-j} \prod_k s_k^{\epsilon_k}(z). \quad (2.16)$$

L'application directe de ce théorème nous permet de transformer l'expression temporelle qui apparaît dans le numérateur de l'équation (2.14) en une expression fréquentielle

$$\begin{aligned} T_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} T_k &= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \bar{\mathbf{h}}_i^H [\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}]_{k-N+1+i, k-N+1+j} \bar{\mathbf{h}}_j \\ &\xrightarrow{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \bar{\mathbf{h}}_i^H z^{j-i} \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}_j = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}(z), \end{aligned} \quad (2.17)$$

$\bar{\mathbf{h}}(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \bar{\mathbf{h}}_i z^{-i}$  étant le canal multivoie de taille  $m \times 1$ . Après une transformation analogue pour le dénominateur, on obtient la borne du filtre adapté correspondant au cas d'une transmission continue

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2 \left( \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(z) \right)^2}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(z)}, \quad (2.18)$$

$S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(z)$  est la densité spectrale de puissance (d.s.p.) du bruit  $\bar{\mathbf{v}}_k$  et  $\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) = \bar{\mathbf{h}}^H(1/z^*)$ .

## 2.4 Bornes de performances pour l'annulation des interférences

Considérons, dans cette section, le problème de la détection optimale de la séquence d'un utilisateur donné par le critère de maximum de vraisemblance. Pour cela, nous pondérons correctement le critère de la DSMV (2.9) par la matrice de covariance du bruit  $\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ . Nous définissons le rapport signal à bruit par rapport au bruit blanc (de variance  $\sigma_n^2$ ) dans le modèle de données (1.22) comme la moyenne du RSB par voie physique

$$\text{RSB} = \frac{1}{2N_s} \frac{\sigma_d^2}{\sigma_n^2} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z), \quad (2.19)$$

$\sigma_n^2$  étant proportionnelle au facteur de suréchantillonnage  $p$ . Le bruit additif gaussien  $\bar{\mathbf{v}}_k$  qui apparaît dans l'équation (1.24) résulte de la superposition de  $N_u - 1$  interféreurs et d'un bruit additif supposé être spatialement et temporellement blanc. Si on regroupe les canaux des interféreurs ( $\bar{\mathbf{h}}_i = \mathbf{G}_{i-1}$ ), ayant la même structure que  $\bar{\mathbf{h}}(z)$ , dans la matrice  $\mathbf{G}(z) = [\mathbf{G}_1 \cdots \mathbf{G}_{N_u-1}]$  de taille  $m \times N_u - 1$ , alors on peut écrire la d.s.p. du bruit coloré  $\bar{\mathbf{v}}_k$  comme

$$S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(z) = \sigma_d^2 \mathbf{G}(z) \mathbf{G}^\dagger(z) + \sigma_n^2 I_m. \quad (2.20)$$

Avec l'hypothèse précédente sur la d.s.p. du bruit coloré ( $\widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(z) = S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(z)$ ), l'expression de la borne du filtre adapté (2.18) se simplifie sous la forme

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(z). \quad (2.21)$$

Cette borne doit dépendre du RSB et de la puissance des interféreurs. Pour cela, nous définissons pour le  $k$ -ème interféreur, un rapport signal à interférence (RSI)

$$\text{RSI}_k = \frac{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z)}{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{G}_k^\dagger(z) \mathbf{G}_k(z)}, \quad (2.22)$$

$\mathbf{G}_k(z)$  étant la  $k$ -ème colonne de la matrice  $\mathbf{G}(z)$ . Afin de garder une seule valeur pour le RSI, nous supposons par exemple que tous les interféreurs ont la même puissance ( $\text{RSI}_k = \frac{\text{RSI}}{N_u - 1}$ ), ce qui est le cas le plus défavorable en pratique. Nous noterons par la suite  $\text{BFA} = \text{BFA}(\text{RSB}, \text{RSI})$ . Dans le cas où tous les utilisateurs sont détectés conjointement, une borne de performance sur la détection d'un utilisateur donné peut être obtenue en supposant que tous les interféreurs sont détectés parfaitement. Dans ce cas, leur contribution au signal reçu est parfaitement enlevée et on obtient

$$\text{BFA}_{\text{DC}} = \text{BFA}(\text{RSB}, \infty) = 2N_s \text{RSB}. \quad (2.23)$$

Nous considèrerons dans ce qui suit la détection d'un seul utilisateur traitant les interféreurs comme un bruit gaussien coloré. La quantité  $\text{BFA}(\text{RSB}, \text{RSI})$  sera la BFA du problème de la DSMV dans lequel la corrélation du bruit et des interféreurs a été prise en compte correctement. Elle caractérise le pouvoir d'annulation des interférences dû à la formulation multivoie. Afin de quantifier ce pouvoir d'annulation des interférences, nous comparons les performances avec celles obtenues dans le cas de la détection conjointe (DC) de tous les utilisateurs, et nous définissons la quantité

$$\text{BFA}_{rel} = \frac{\text{BFA}(\text{RSB}, \text{RSI})}{\text{BFA}(\text{RSB}, \infty)} = \frac{\sigma_n^2 \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(z)}{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z)}. \quad (2.24)$$

En utilisant le lemme d'inversion matricielle [Kay93] sur la matrice  $S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ , on peut démontrer que

$$\text{BFA}_{rel} = 1 - \frac{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) \mathbf{G}(z) \left( \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} + \mathbf{G}^\dagger(z) \mathbf{G}(z) \right)^{-1} \mathbf{G}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z)}{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z)}. \quad (2.25)$$

Il est clair que  $\text{BFA}_{rel}$  est majoré par 1. Afin de minorer cette quantité, nous réécrivons le numérateur de la fraction rationnelle dans le domaine temporel et nous utilisons une propriété des matrices définies positives [HJ85]

$$\text{P1 : Si } A \text{ et } B \text{ sont deux matrices définies positives alors } (A + B)^{-1} < B^{-1}. \quad (2.26)$$

Nous obtenons

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) P_{\mathbf{G}(z)} \bar{\mathbf{h}}(z)}{\oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z)} \leq \text{BFA}_{rel} \leq 1, \quad (2.27)$$

$P_{\mathbf{G}(z)} = \mathbf{G}(z) (\mathbf{G}^\dagger(z)\mathbf{G}(z))^{-1} \mathbf{G}^\dagger(z)$  est la matrice de projection sur l'espace colonne engendré par les canaux des interféreurs, et  $\theta$  est l'angle entre cet espace et le canal de l'utilisateur considéré. La borne supérieure est atteinte pour  $\frac{\text{RSI}}{\text{RSB}} \rightarrow \infty$  (même si  $\hat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \neq S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  tant que  $\hat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  converge vers un multiple de la matrice identité) alors que la borne inférieure est atteinte pour  $\frac{\text{RSI}}{\text{RSB}} \rightarrow 0$ . Dans ce dernier cas, il est clair que nous ne pouvons annuler que la partie des interférences incluse dans le sous-espace orthogonal à celui de l'utilisateur considéré. Ce résultat montre que si le canal de l'utilisateur considéré est orthogonal à ceux des interféreurs forts, ce qui est très probable lorsque le nombre de voies est assez grand, la DSMV sur le signal multivoie reçu utilisant la vraie matrice de covariance du bruit et des interféreurs aura pratiquement les mêmes performances que la détection conjointe de tous les utilisateurs et ceci indépendamment de la puissance des interféreurs.

## 2.5 Filtrage spatial optimal

Dans cette section, nous remplaçons le filtre adapté spatio-temporel qui réduit le signal multivoie en un signal scalaire par un filtre spatial  $\mathbf{f}$ . Pour une constellation réelle, le filtre classique complexe de taille  $1 \times N_s$  doit être remplacé par un filtre spatial linéaire au sens large  $\mathbf{f} = [\mathbf{f}^R \mathbf{f}^I]$  de taille  $1 \times 2N_s$  afin de traiter l'aspect non-circulaire des signaux [PC95, Che95]. En pratique, ce filtre est conçu en maximisant le rapport signal à bruit plus interférence (RSBI) du signal scalaire  $\mathbf{f}^R \mathbf{y}^R + \mathbf{f}^I \mathbf{y}^I$  résultant à sa sortie. Dans le cas où nous suréchantillonons le signal reçu par un facteur  $p > 1$ , toutes les phases seront prises en compte et le nombre de coefficients du filtre  $\mathbf{f}$  sera multiplié par  $p$ . Cependant, l'approche sera toujours spatiale du moment où elle n'utilise pas les corrélations des signaux dans le temps.

Le filtre spatial, obtenu en maximisant le rapport

$$\text{RSBI} = \sigma_d^2 \frac{\mathbf{f} \left( \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}(z) \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \right) \mathbf{f}^H}{\mathbf{f} r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(0) \mathbf{f}^H} = \frac{\mathbf{f} r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0) \mathbf{f}^H}{\mathbf{f} r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(0) \mathbf{f}^H} - 1, \quad (2.28)$$

est le vecteur propre généralisé associé à la valeur propre généralisée maximale des matrices  $(r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0), r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(0))$ . Il s'en suit que

$$\text{RSBI} = \lambda_{\max}(r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(0) r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0)) - 1 = \sigma_d^2 \lambda_{\max}(r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(0) \bar{\mathbf{H}}_N \bar{\mathbf{H}}_N^H). \quad (2.29)$$

Dans le cas où  $\text{RSB} \rightarrow \infty$ , ou si le canal de l'utilisateur considéré est orthogonal à ceux des interféreurs nous aurons l'égalité ci-dessous et les bornes du RSBI correspondant au filtrage spatial optimal [SC96b]:

$$1 \leq \frac{\text{BFA}_{\text{DC}}}{\text{RSBI}} = \frac{\text{tr}(\bar{\mathbf{H}}_N \bar{\mathbf{H}}_N^H)}{\lambda_{\max}(\bar{\mathbf{H}}_N \bar{\mathbf{H}}_N^H)} \leq \min(2N_s, N), \quad (2.30)$$

$\text{BFA}_{\text{DC}}$  est la borne du filtre adapté correspondant à la détection conjointe de tous les utilisateurs ou au cas d'absence des interféreurs. La borne inférieure est atteinte quand la diversité

spatio-temporelle disparaît. Dans ce cas, le canal spatio-temporel se factorise en un filtre spatial  $\mathbf{h}_0$  et un filtre scalaire temporel  $c(z) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i z^{-i}$ ; c'est à dire que  $\mathbf{h}(z) = \mathbf{h}_0 \frac{c(z)}{c_0}$ . La borne supérieure est atteinte dans le cas d'une diversité spatio-temporelle totale, c'est à dire quand  $\overline{\mathbf{H}}_N \overline{\mathbf{H}}_N^H \sim I_{2N_s}$  ou  $\overline{\mathbf{H}}_N \overline{\mathbf{H}}_N^H \sim I_N$ , laquelle est de rang plein. Dans ce cas, les ( $2N_s$  ou  $N$ ) réponses impulsionnelles individuelles sont orthonormales. Statistiquement, si les  $2N_s$  réponses impulsionnelles sont i.i.d., alors la borne supérieure est approchée quand le nombre de capteurs devient grand.

## 2.6 Résultats de simulations

Nous considérons quatre environnements de propagation typiques pour la norme GSM: rural (RU: *Rural Area*), urbain (TU: *Typical Urbain*), urbain difficile (BU: *Bad Urbain*) et montagneux (HI: *Hilly Terrain*). Pour chaque type d'environnement, nous considérons pour tous les utilisateurs des canaux statistiques [ETS95] à six trajets. Les canaux sur les différents capteurs sont supposés être indépendants. Nous montrons des courbes illustrant la BFA en fonction du RSI pour un rapport signal à bruit fixé à  $RSB = 20\text{dB}$ . Une valeur différente du RSB a pour effet de translater les courbes selon la bissectrice du premier cadran. Cependant, une valeur supérieure à 25 dB (qui est la variance de l'erreur d'approximation de la modulation GMSK) n'aura pas de sens. Les différentes courbes représentent la moyenne sur 50 réalisations du canal de l'utilisateur considéré et ceux des interféreurs. Ces derniers sont retardés indépendamment par rapport à l'utilisateur considéré par un retard aléatoire dont la distribution est uniforme dans  $[0, T]$ . Nous avons considéré le récepteur optimal qui effectue la DSMV en traitant correctement les corrélations spatio-temporelles, et des structures sous-optimales de récepteurs qui négligent les corrélations temporelles des interféreurs et prennent en compte uniquement la corrélation spatiale. Nous avons considéré aussi le récepteur qui ignore la présence des interféreurs ( $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  est un multiple de la matrice identité, le coefficient scalaire étant la moyenne des éléments diagonaux de  $\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ ). Nous montrons aussi la courbe illustrant le RSBI relative au cas d'un récepteur purement spatial. Nous montrons en trait plein la BFA (MFB) lorsque  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  et respectivement en trait interrompu et en trait interrompu court le cas où  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  est diagonale (MFBW) ou bloc-diagonale (MFBD). La BFA correspondant au filtrage spatial optimal est représentée par une étoile (MFBS) alors que le RSBI est représenté par un carré. Nous considérons dans nos simulations le cas d'un ou de plusieurs interféreurs et deux formes de voies multiples (capteurs et suréchantillonnage).

Les simulations montrent dans le cas où le nombre de voies est égal ou excède le nombre des utilisateurs que la dégradation des performances (BFA) du récepteur sous-optimal, faisant la détection d'un utilisateur donné et prenant en compte correctement les corrélations spatio-temporelles du bruit et des interféreurs par rapport au récepteur optimal qui détecte conjointement tous les utilisateurs, est bornée lorsque la puissance des interféreurs devient occasionnellement importante (FIG. 2.3). L'exploitation des composantes en phase et en quadrature permet de doubler le nombre de voies avec une diversité totale. Les simulations montrent que la dégra-

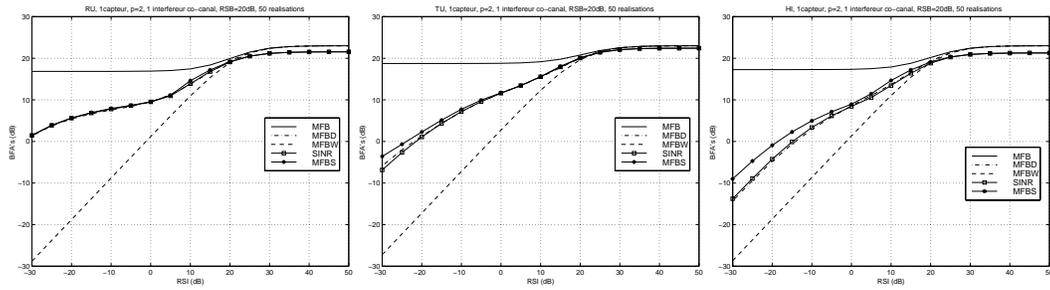


FIG. 2.1 –  $BFA$  en fonction du  $RSI$  pour  $RSB=20dB$ , un capteur, un interféreur et suréchantillonnage par  $p = 2$ , pour les modèles de canaux  $RU$ ,  $TU$  et  $HI$ .

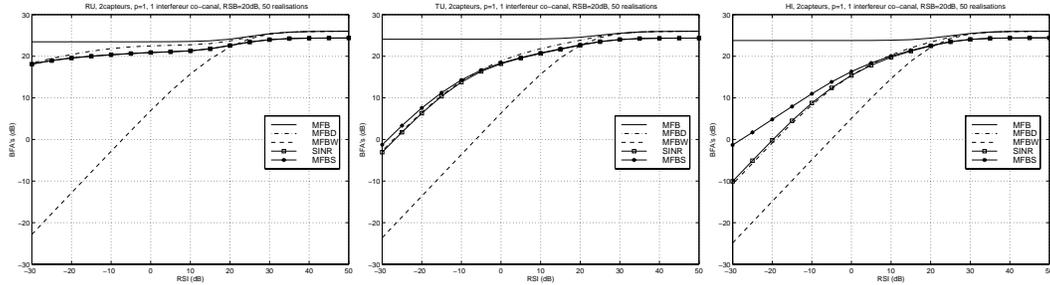


FIG. 2.2 –  $BFA$  en fonction du  $RSI$  pour  $RSB=20dB$ , deux capteurs, un interféreur et pas de suréchantillonnage, pour les modèles de canaux  $RU$ ,  $TU$  et  $HI$ .

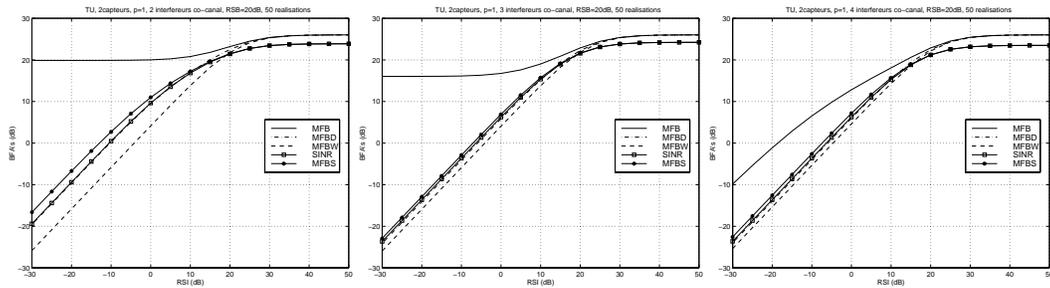


FIG. 2.3 –  $BFA$  en fonction du  $RSI$  pour  $RSB=20dB$ , deux capteurs, pas de suréchantillonnage, le modèle  $TU$ , pour 2, 3 et 4 interféreurs.

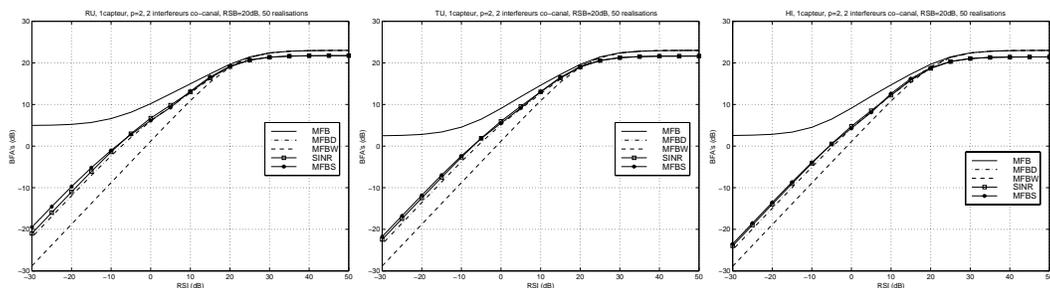


FIG. 2.4 –  $BFA$  en fonction du  $RSI$  pour  $RSB=20dB$ , un capteur, deux interféreurs et suréchantillonnage par  $p = 2$ , pour les modèles de canaux  $RU$ ,  $TU$  et  $HI$ .

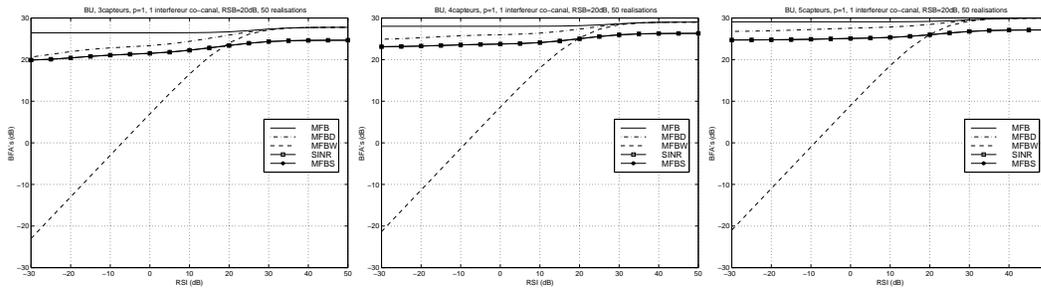


FIG. 2.5 – BFA en fonction du RSI pour  $RSB=20\text{dB}$ , deux capteurs, un interféreur et pas de suréchantillonnage, pour le modèle BU avec 3, 4 ou 5 capteurs.

dation des performances reste bornée mais elle est plus significative lorsque l'aspect multivoie est obtenu en suréchantillonnant le signal reçu. La diversité obtenue par le suréchantillonnage seul est limitée pour les signaux à bande limitée (FIG. 2.4). Les simulations montrent dans le cas d'un seul interféreur, d'un capteur et d'un facteur de suréchantillonnage égal à deux, une perte bornée par 5dB en moyenne (FIG. 2.1). Cette capacité de réduction des interférences résulte exclusivement de l'aspect bivoie après la reformulation de la modulation GMSK et l'exploitation du caractère réel de la constellation. Cette perte peut être réduite à 2dB (FIG. 2.2) en utilisant un capteur supplémentaire (avec une diversité totale). Les simulations montrent aussi l'absence de robustesse des récepteurs ignorant complètement les interféreurs ( $\hat{\mathbf{R}}_{vv} \sim I$ , ce qui est le cas des récepteurs GSM actuels) et une robustesse très limitée dans le cas où les corrélations temporelles des interféreurs sont ignorées ( $\hat{\mathbf{R}}_{vv}$  est une matrice bloc-diagonale, la taille de chaque bloc étant  $2N_s \times 2N_s$ ). Il est à noter que l'approche spatiale donne de bonnes performances (FIG. 2.5) lorsque le nombre de capteurs est élevé (et en exploitant aussi les parties en phase et en quadrature de la constellation). Ce résultat est prévisible puisque le canal de l'utilisateur désiré est à peu près orthogonal à l'espace engendré par les interféreurs et la perte des performances est bornée dans ce cas. Notons que les simulations présentées sont le résultat d'un moyennage de toutes les configurations possibles des interféreurs et que les performances réelles sont meilleures la plupart du temps.

## 2.7 Conclusion

Nous avons démontré dans ce chapitre, sous l'hypothèse que le nombre de voies est supérieur au nombre de sources, que tout récepteur issu de la DSMV mono-utilisateur ne peut annuler que la partie des interférences incluse dans le sous-espace vectoriel orthogonal à celui de l'utilisateur désiré. Cette sous-optimalité disparaît et l'annulation des interférences devient totale en considérant la détection conjointe de tous les utilisateurs ou en utilisant plusieurs capteurs à la réception (voir §4.5). Par contre, la sous-optimalité est accentuée lorsque la structure des interféreurs est ignorée partiellement (par exemple en simplifiant les corrélations spatio-temporelles par des corrélations spatiales) ou complètement (cas des récepteurs GSM actuels). Nous avons démontré que l'approche spatiale, dont les performances peuvent être acceptable dans le cas de plusieurs voies, ne peut pas être optimale même en absence des interféreurs

sauf dans le cas particulier où le canal spatio-temporel est le produit d'un canal spatial et d'un facteur scalaire dynamique.

Nous avons démontré dans ce chapitre l'apport des récepteurs spatio-temporels par rapport au récepteur classique (DSMV qui ignore complètement les interféreurs) et au récepteur spatial optimal qui est le plus répandu dans l'état d'art actuel. L'implémentation du récepteur spatio-temporel optimal, au sens de la DSMV mono-utilisateur, sera discutée dans les chapitres 3 et 4.



# Chapitre 3

## Structures de récepteurs multivoie

Nous avons démontré dans le chapitre précédent l'importance de l'aspect multivoie dans l'annulation des interférences. Nous présentons et nous discutons, essentiellement, dans ce chapitre l'état de l'art des récepteurs qui ont été proposés et développés durant les trois dernières décennies. Ces récepteurs faisant la détection multi-utilisateur ou d'un seul utilisateur peuvent être linéaires ou non linéaires, opérer sur un signal scalaire ou vectoriel, utiliser des modèles structurés ou non structurés de l'environnement de propagation [ABKO98]. En général, l'optimalité de ces récepteurs et leurs performances sont inversement proportionnelles à leurs complexités.

### 3.1 Méthode du maximum a posteriori

Dans le cas où l'asynchronisme entre les utilisateurs est connu, le récepteur optimal est celui de maximum a posteriori (MAP). Il s'agit de maximiser la densité de probabilité conditionnelle  $p_{D|\mathbf{Y},h}(D, \mathbf{Y}, h)$  par rapport aux coefficients des réponses impulsionnelles  $h$  et le vecteur des symboles  $D$ . Le paquet du signal reçu

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=1}^{N_u} \mathcal{T}_i(\overline{\mathbf{H}}_i) D_i + \mathbf{N} = \mathcal{T} D + \mathbf{N} \quad (3.1)$$

contient  $L$  échantillons consécutifs  $[\overline{\mathbf{y}}_1^T \cdots \overline{\mathbf{y}}_L^T]^T$ ,  $D = [D_1^T \cdots D_{N_u}^T]^T$ ,  $D_i = [d_{i,2-N_i} \cdots d_{i,L}]^T$ ,  $\mathcal{T} = [\mathcal{T}_1(\overline{\mathbf{H}}_1) \cdots \mathcal{T}_{N_u}(\overline{\mathbf{H}}_{N_u})]$  et  $h = [\overline{\mathbf{h}}_{1,0}^T \cdots \overline{\mathbf{h}}_{1,N_1-1}^T, \cdots, \overline{\mathbf{h}}_{N_u,0}^T \cdots \overline{\mathbf{h}}_{N_u,N_{N_u}-1}^T]^T$ . Nous espérons que l'utilisation des mêmes notations  $(\mathcal{T} D, h, \dots)$  que celles prises dans le cas mono-utilisateur n'induera pas le lecteur en erreur. En utilisant la règle de Bayes [Pap84]

$$p_{D|\mathbf{Y},h}(D, \mathbf{Y}, h) p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y}) = p_{\mathbf{Y}|D}(\mathbf{Y}, D) p_D(D) \quad (3.2)$$

et en remarquant que la densité de probabilité  $p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y})$  est identique pour toutes les réalisations des symboles  $D$  [Pro89], la solution du critère MAP sera donnée par

$$(\hat{D}, \hat{h})_{MAP} = \arg \max_{D,h} p_{\mathbf{Y}|D}(\mathbf{Y}, D) p_D(D). \quad (3.3)$$

## 3.2 Méthode du maximum de vraisemblance (MV)

Ce récepteur choisit les paramètres  $D$  et  $h$  qui maximisent la fonction de vraisemblance  $p_{\mathbf{Y}|D,h}$ . En faisant un changement de variables et en utilisant l'indépendance entre les symboles  $D$  et le bruit  $N$ , on peut écrire

$$p_{\mathbf{Y}|D,h}(\mathbf{Y}, D, h) = \frac{p_{\mathbf{Y},D,h}(\mathbf{Y}, D, h)}{p_D(D)} = \frac{p_{\mathbf{N}}(\mathbf{Y} - \mathcal{T}D)p_D(D)}{p_D(D)} = p_{\mathbf{N}}(\mathbf{Y} - \mathcal{T}D). \quad (3.4)$$

En ignorant la distribution non uniforme des sources  $p_D(D)$ , les récepteurs MAP et MV seront équivalents. Les symboles sont considérés comme des inconnues déterministes et le récepteur sera celui de maximum de vraisemblance déterministe (MVD) [VON95]. La maximisation de la fonction de vraisemblance non linéaire (3.4) basée sur des projections alternées avec l'exploitation du caractère fini de l'alphabet  $\Omega$  a été étudiée dans [Tal96] où deux algorithmes ont été proposés: ILSP (*Iterative Least Squares with Projection*) [TVP94] et ILSE (*Iterative Least Squares with Enumeration*). La prise en compte d'une séquence d'apprentissage a été considérée dans [RM97].

## 3.3 Détection de séquences par la méthode du MV

Si les canaux de tous les utilisateurs sont connus (ou estimés), le récepteur de MVD sera appelé DSMV. La recherche des symboles doit se restreindre à l'alphabet fini  $\Omega$ . Avec l'hypothèse gaussienne sur le bruit additif  $N$ , ce récepteur doit minimiser la norme euclidienne  $\|\mathbf{Y} - \mathcal{T}D\|^2$ . L'implémentation pratique (récursive) de ce récepteur fait appel à l'algorithme de Viterbi [For72, Ett76, Ver86] dont la complexité est exponentielle en nombre des utilisateurs et en durée totale des canaux en périodes des symboles. L'estimation des canaux variables dans le temps doit être mise à jour pendant le calcul de la métrique [YFS97] afin de ne pas détériorer les performances. Or, la détection conjointe des séquences de tous les utilisateurs est inutile dans le cas de la liaison descendante (Station de base-Mobile) et elle est d'une complexité prohibitive dans le cas de la liaison montante (Mobile-Station de base). Des techniques sous-optimales doivent alors être utilisées. La première technique consiste à faire la DSMV pour un utilisateur donné et modélise l'ensemble des interféreurs et le bruit additif blanc par un bruit gaussien coloré [BJ95]. Nous considérons de nouveau le modèle de données (2.1), le critère (2.9) et l'approximation du spectre de longueur infinie  $\widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \approx P^\dagger(z)\sigma_{\mathbf{v}}^{-2}P(z)$  [Slo96]

où  $P(z) = I_m + \sum_{i=1}^{L_p} P_i z^{-i}$  est un filtre de prédiction linéaire et  $\tilde{\mathbf{v}}_k = P(q)\bar{\mathbf{v}}_k$  (si  $\widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ ) est le processus d'innovation, temporellement blanc, de matrice de covariance  $\sigma_{\mathbf{v}}^2$ . En absence du bruit ( $\bar{\mathbf{n}}_k = 0 \forall k$ ), l'approximation précédente devient exacte [Slo94b] et la matrice  $\sigma_{\mathbf{v}}^2$  aura pour rang le nombre des interféreurs. Avec les notations  $Q(z) = \sigma_{\mathbf{v}}^{-1}P(z) = \sum_{i=0}^{L_p} Q_i z^{-i}$  et  $e_k = Q(z)\bar{\mathbf{v}}_k$ , le critère (2.9) sera équivalent à la minimisation de  $\mu = \sum_k \|e_k\|^2$ . A première

vue, le nombre d'états considérés par l'algorithme de Viterbi augmente à cause du filtrage par  $Q(z)$  (généralement de longueur infinie) [Lin97]. Cependant, contrairement à ce qui a été proposé dans [Lin97], il faut maintenir fini le nombre d'états et faire passer pour chaque chemin survivant l'erreur  $\bar{\mathbf{y}}_k - \bar{\mathbf{H}}(q)d_k$  par le filtre  $Q(z)$  [LM88].

Vue que l'estimation de  $Q(z)$  par une (courte) séquence d'apprentissage est impossible pour des ordres  $L_p$  élevés, on se limite généralement à l'ordre zéro ( $Q(z) = Q_0$ ) [DNP98a, MB98].

### 3.3.1 Implémentation de la DSMV opérant sur un signal multivoie

Considérons le problème de la DSMV pour un utilisateur en présence d'un bruit gaussien coloré et récrivons la métrique à minimiser par l'algorithme de Viterbi comme [Ung74, ME86, VPPF94, Lin97]

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_k \left\| Q(q) (\bar{\mathbf{y}}_k - \bar{\mathbf{h}}(q)d_k) \right\|^2 \\ &= \sum_k [\bar{\mathbf{y}}_k^H Q^\dagger(q) - \bar{\mathbf{h}}^\dagger(q) Q^\dagger(q) d_k^*] [Q(q) \bar{\mathbf{y}}_k - Q(q) \bar{\mathbf{h}}(q) d_k] \\ &= \sum_k \bar{\mathbf{y}}_k^H S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{y}}_k - 2 \Re \left[ \sum_k \bar{\mathbf{y}}_k^H S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(q) d_k \right] + \sum_k d_k^* \bar{\mathbf{h}}^\dagger(q) Q^\dagger(q) \cdot Q(q) \bar{\mathbf{h}}(q) d_k, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$Q^H(z) = Q^\dagger(z)$  car  $|z| = 1$ . En introduisant les notations  $\bar{\mathbf{y}}'_k = Q(q) \bar{\mathbf{y}}_k$  et  $\bar{\mathbf{h}}'(z) = Q(z) \bar{\mathbf{h}}(z)$ , l'équation précédente se réécrit comme

$$\begin{aligned} \mu &= Cte - 2 \Re \left[ \sum_k \bar{\mathbf{y}}_k'^H \sum_t \bar{\mathbf{h}}'_t d_{k-t} \right] + \sum_k \sum_t \sum_l (\bar{\mathbf{h}}'_t d_{k-t})^H (\bar{\mathbf{h}}'_l d_{k-l}) \\ &= Cte - 2 \Re \left[ \sum_k \sum_t (\bar{\mathbf{h}}_t'^H \bar{\mathbf{y}}_k')^H d_{k-t} \right] + \sum_k \sum_t \sum_l d_{k-t}^* \bar{\mathbf{h}}_t'^H \bar{\mathbf{h}}'_l d_{k-l}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

En posant  $r = k - l$ ,  $n = k - t$ , en négligeant les effets de bords et en enlevant les termes indépendant des symboles, la métrique à minimiser est

$$\begin{aligned} \mu_{\text{FA}} &= -2 \Re \left[ \sum_n \sum_t (\mathbf{h}_t'^H \bar{\mathbf{y}}_{n+t}^H) d_n \right] + \sum_n \sum_r d_n^* \left[ \sum_k \mathbf{h}_{k-n}^H \mathbf{h}'_{k-r} \right] d_r \\ &= -2 \Re \left[ \sum_n x_n^H d_n \right] + \sum_n \sum_r d_n^* \gamma_{n-r} d_r, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\gamma_{n-r} = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \gamma(z) z^{n-r}, \quad \gamma(z) = \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(z) = \sum_{i=-L_\gamma}^{L_\gamma} \gamma_i z^{-i} \text{ et } x_n = \bar{\mathbf{h}}^\dagger(q) S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{y}}_n =$$

$\mathbf{f}(q) \bar{\mathbf{y}}_n$ . Notons que la métrique  $\mu_{\text{FA}}$ , qui fait intervenir le filtre adapté spatio-temporel multivoie  $\mathbf{f}(z)$  et un canal scalaire symétrique  $\gamma(z)$ , peut être calculée récursivement comme

$$\begin{aligned} \mu_{\text{FA}}(n+1) &= \mu_{\text{FA}}(n) - 2 \Re(x_{n+1}^* d_{n+1}) + \sum_{r=n+1-L_\gamma}^n d_{n+1}^* \gamma_{n+1-r} d_r + \sum_{t=n+1-L_\gamma}^n d_t^* \gamma_{n+1-t}^* d_{n+1} + \gamma_0 d_{n+1}^* d_{n+1} \\ &= \mu_{\text{FA}}(n) - \Re \left\{ d_{n+1}^* (2x_{n+1} - \gamma_0 d_{n+1} - 2 \sum_{t=1}^{L_\gamma} \gamma_t d_{n+1-t}) \right\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Le filtre adapté spatio-temporel multivoie a pour but d'annuler les interférences co-canal et de

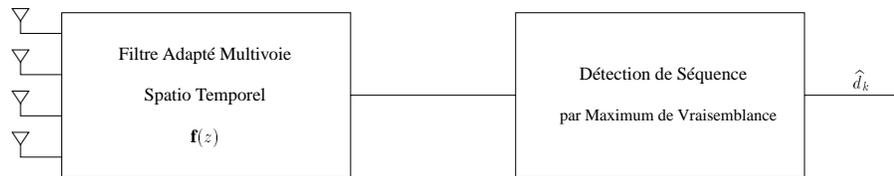


FIG. 3.1 – *Détection de séquence par maximum de vraisemblance sur un signal multivoie.*

réduire (en pratique) la longueur du canal équivalent  $\gamma(z)$ . A cause de la symétrie de  $\gamma(z)$ , la métrique modifiée d'Ungerboeck  $\mu_{FA}$  fait intervenir le même nombre d'états que  $\mu$ . Malgré la réduction de la complexité due à l'aspect multivoie, le nombre d'états augmente dans le cas d'un bruit temporellement coloré et l'algorithme de Viterbi risque de ne pas être implémentable.

### 3.3.2 Estimation des filtres

En absence des interféreurs, il suffit d'estimer le canal  $\bar{\mathbf{h}}(z)$  par une séquence d'apprentissage pour mettre en œuvre la DSMV:  $\mathbf{f}(z)$  est le filtre adapté  $\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)$  et  $\gamma(z) = \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z)$ . Dans le cas général, il faut disposer d'une longue séquence d'apprentissage pour estimer conjointement ou séparément le canal de l'utilisateur considéré et le spectre du bruit. Cependant, on

préfèrera en pratique des estimateurs directs de  $\mathbf{f}(z) = \sum_{i=-L_\gamma}^{L_\gamma-N+1} \mathbf{f}_i z^{-i}$  et  $\gamma(z)$ . On forcera dans ce qui suit la symétrie du filtre  $\gamma(z)$  car on supposera que les filtres sont assez long. Toutefois, on se limitera en pratique à l'estimation de quelques coefficients sans poser la symétrie de  $\gamma(z)$ .

#### Minimisation de l'erreur quadratique moyenne

Le signal d'erreur  $e_k = \mathbf{f}(q)\bar{\mathbf{y}}_k - \gamma(q)d_k$  contient le bruit filtré par  $\mathbf{f}(z)$  et les interférences entre symboles résiduelles dues à la troncature des filtres. Introduisons les notations  $\gamma = [\gamma_0 \cdots \gamma_{L_\gamma}]$  et  $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_{L_\gamma-N+1} \cdots \mathbf{f}_{-L_\gamma}]$  et écrivons le signal d'erreur comme

$$e_k = \mathbf{F}\mathbf{Y}_{2L_\gamma-N+2}(k - L_\gamma + N - 1) - \gamma\epsilon_{L_\gamma+1}(k) \quad (3.9)$$

où  $\epsilon_{L_\gamma+1}(k) = [d_k, d_{k-1} + d_{k+1}, \cdots, d_{k-L_\gamma} + d_{k+L_\gamma}]^T$ . En supposant que la séquence d'apprentissage de longueur  $M_k$  commence à l'instant  $k = k^\circ$  et en introduisant les notations matricielles  $\mathcal{Y} = [\mathbf{Y}_{2L_\gamma-N+2}(k^\circ + N - 1) \cdots \mathbf{Y}_{2L_\gamma-N+2}(k^\circ + M_k + N - 2 - 2L_\gamma)]$  et  $\mathcal{E} = [\epsilon_{L_\gamma+1}(k^\circ + L_\gamma) \cdots \epsilon_{L_\gamma+1}(k^\circ + M_k - 1 - L_\gamma)]$ , nous appliquons la technique de séparation des variables [GP73] pour simplifier l'optimisation conjointe du critère

$$\sum_{k=k^\circ+L_\gamma}^{k^\circ+M_k-1-L_\gamma} e_k^2 = \|\mathbf{F}\mathcal{Y} - \gamma\mathcal{E}\|^2. \quad (3.10)$$

Le résultat de la minimisation de ce critère est,  $\mathbf{F} = \mathcal{V}_{min}(\mathcal{Y}P_{\mathcal{E}^T}^\perp\mathcal{Y}^T)$ , le vecteur propre associé à la valeur propre minimale de la matrice  $\mathcal{Y}P_{\mathcal{E}^T}^\perp\mathcal{Y}^T$  où  $P_{\mathcal{E}^T}^\perp = I_{M_k-2L_\gamma} - P_{\mathcal{E}^T}$  est la projection orthogonale sur le complément orthogonal de l'espace engendré par les lignes de  $\mathcal{E}$ . Nous déduisons l'expression du filtre  $\gamma = \mathbf{F}\mathcal{Y}\mathcal{E}^T(\mathcal{E}\mathcal{E}^T)^{-1}$ . La contrainte  $\|\mathbf{F}\| = 1$  prend en compte le nombre exact des degrés de liberté. Elle est équivalente à une contrainte fixant la valeur d'un coefficient de  $\gamma$  [FAF98] ou de  $\mathbf{F}$ . Trouvons une condition sur la longueur minimale du filtre  $\mathbf{F}$  permettant d'annuler les  $N_u - 1$  interféreurs en absence de tout autre bruit. Pour cela, il faut que le système

$$\mathbf{F} [\mathcal{T}_{2L_\gamma-N_1+2}(\overline{\mathbf{H}}_2) \cdots \mathcal{T}_{2L_\gamma-N_1+2}(\overline{\mathbf{H}}_{N_u})] = 0 \quad (3.11)$$

soit sous-déterminé, c.a.d que le nombre d'inconnues  $2L_\gamma - N_1 + 2$  soit supérieur aux nombre d'équations  $(N_u - 1)(2L_\gamma - N_1 + 1) + \sum_{i=2}^{N_u} N_i$ , ce qui nous permet d'imposer la condition

$$L_\gamma > \frac{N_1 - 1}{2} + \frac{\sum_{i=2}^{N_u} N_i - m}{2(m - N_u + 1)} \quad (3.12)$$

sur l'ordre du filtre  $\gamma$ . D'autre part, il est préférable que la séquence d'apprentissage soit plus longue que  $3L_\gamma + 1$ . Notons qu'une implémentation sous-optimale de ce récepteur a été développée dans [PC97, PCVM97, May97, PCVP97].

### Maximisation du rapport signal à bruit plus interférence

Ce critère, très populaire en traitement d'antenne, a été proposé pour l'estimation conjointe des filtres  $\mathbf{F}$  et  $\gamma$  [LCP97]. Il s'agit de maximiser par rapport aux coefficients des filtres, le rapport signal à bruit plus interférence

$$\text{RSBI} = \frac{\|\gamma\mathcal{E}\|^2}{\|\mathbf{F}\mathcal{Y} - \gamma\mathcal{E}\|^2}. \quad (3.13)$$

Par une transformation de variables [GP73] analogue à celle de la section précédente, le canal équivalent est la solution du problème

$$\gamma = \arg \max_{\gamma} \frac{\|\gamma\mathcal{E}\|^2}{\|\gamma\mathcal{E}P_{\mathcal{Y}^T}^\perp\|^2} = \arg \max_{\gamma} \frac{\gamma\mathcal{E}\mathcal{E}^T\gamma^T}{\gamma\mathcal{E}P_{\mathcal{Y}^T}^\perp\mathcal{E}^T\gamma^T} \quad (3.14)$$

qui est, à une constante près, le vecteur propre associé à la valeur propre maximale de la matrice  $(\mathcal{E}P_{\mathcal{Y}^T}^\perp\mathcal{E}^T)^{-1}\mathcal{E}\mathcal{E}^T$ . La matrice  $P_{\mathcal{Y}^T}^\perp$  est celle de la projection orthogonale sur le complément orthogonal de l'espace engendré par les lignes de  $\mathcal{Y}$  et le filtre  $\mathbf{F}$  est donné par la relation  $\mathbf{F} = \gamma\mathcal{E}\mathcal{Y}^T(\mathcal{Y}\mathcal{Y}^T)^{-1}$ .

## 3.4 Egaliseur avec retour de décisions non causal

Lorsque la réponse impulsionnelle équivalente  $\gamma(z)$  devient longue (afin d'avoir une certaine robustesse vis-à-vis des interférences) et/ou la constellation de l'entrée devient large, la

complexité de la DSMV sera inacceptable. Si on connaît à chaque instant quelques symboles passés et quelques symboles futurs alors leur contribution au signal reçu peut être enlevée parfaitement. Un élément de décision est, alors, suffisant pour détecter le symbole correspondant à cet instant [Pro70, MS81, GL81] sans amplification du bruit [GL81]. Ce récepteur, utilisant des symboles futurs, a été nommé *égaliseur avec retour de décisions non causal* [SC96a]. Dans le cas où tous les symboles passés et futurs sont connus, l'annulation des interférences entre symboles devient parfaite et le récepteur atteint la borne du filtre adapté [MS81]. D'après les dérivations de la section §3.3.1, le filtre avant est le filtre adapté multivoie  $\mathbf{f}(z)$  et le filtre de retour est  $\bar{\gamma}(z) = \sum_{i \neq 0} \gamma_i z^{-i}$ .

### 3.4.1 Minimisation de l'erreur quadratique moyenne

Considérons la minimisation de l'erreur quadratique moyenne

$$\text{EQM} = \frac{1}{M_k - 2L_\gamma} \sum_k |\mathbf{f}(q)\bar{\mathbf{y}}_k - \gamma(q)d_k|^2 \quad (3.15)$$

par rapport aux coefficients des filtres  $\mathbf{f}(z)$  et  $\bar{\gamma}(z)$ , le coefficient  $\gamma_0$  étant fixé à un. Développons l'expression de l'EQM

$$\begin{aligned} \text{EQM} &\sim \sum_k \left| \sum_i \mathbf{f}_i \bar{\mathbf{y}}_{k-i} - \sum_j \gamma_j d_{k-j} \right|^2 \quad (3.16) \\ &= \sum_k \left[ \sum_i \mathbf{f}_i \bar{\mathbf{y}}_{k-i} - \sum_j \gamma_j d_{k-j} \right] \left[ \sum_l \bar{\mathbf{y}}_{k-l}^H \mathbf{f}_l^H - \sum_n \gamma_n^* d_{k-n}^* \right] \\ &= \sum_k \sum_i \sum_l \mathbf{f}_i \bar{\mathbf{y}}_{k-i} \bar{\mathbf{y}}_{k-l}^H \mathbf{f}_l^H - \sum_k \sum_i \sum_n \mathbf{f}_i \bar{\mathbf{y}}_{k-i} \gamma_n^* d_{k-n}^* - \sum_k \sum_j \sum_l \gamma_j d_{k-j} \bar{\mathbf{y}}_{k-l}^H \mathbf{f}_l^H \\ &\quad + \sum_k \sum_j \sum_n \gamma_j d_{k-j} \gamma_n^* d_{k-n}^* \end{aligned}$$

et notons par  $r_{uv}(i) = \text{E}[u_{k+i}v_k^H]$  la fonction d'intercorrélacion des processus  $u_k$  et  $v_k$ , par  $\hat{r}_{uv}(i)$  sa valeur estimée par un nombre fini d'échantillons et respectivement par  $S_{uv}(z) = \sum_i r_{uv}(i)z^{-i}$  et  $\hat{S}_{uv}(z) = \sum_i \hat{r}_{uv}(i)z^{-i}$  le spectre et son estimée. Réécrivons l'expression de

l'EQM comme  $\text{EQM} = \sum_i \sum_l \mathbf{f}_i \hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(l-i) \mathbf{f}_l^H - \sum_i \sum_n \mathbf{f}_i \hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{y}d}(n-i) \gamma_n^* - \sum_j \sum_l \gamma_j \hat{\mathbf{r}}_{d\mathbf{y}}(l-j) \mathbf{f}_l^H$   
 $+ \sum_j \sum_n \gamma_j \hat{r}_{dd}(n-j) \gamma_n^*$  et dérivons par rapport à  $\gamma_j$ . Nous obtenons l'équivalence entre

$$- \sum_l \hat{\mathbf{r}}_{d\mathbf{y}}(l-j) \mathbf{f}_l^H + \sum_n \hat{r}_{dd}(n-j) \gamma_n^* = 0 \quad \forall j \quad (3.17)$$

et  $\hat{S}_{d\mathbf{y}}(z) \mathbf{f}^\dagger(z) = \hat{S}_{dd}(z) \gamma^\dagger(z)$  qui implique asymptotiquement, en tenant compte de  $\hat{S}_{dd}(z) = \sigma_d^2$  et de  $\hat{S}_{d\mathbf{y}}(z) = \sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)$ , la relation  $\mathbf{f}(z) \bar{\mathbf{h}}(z) = \gamma(z)$ . Pour la clarté de ce rapport, nous

adopterons lorsqu'il sera possible des écritures asymptotiques. Définissons le produit scalaire entre les vecteurs  $u(z)$  et  $v(z)$  par

$$\langle u(z), v(z) \rangle = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} u^\dagger(z) S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}(z) v(z) \quad (3.18)$$

et réécrivons le problème de la minimisation de l'EQM comme

$$\min_{\langle \mathbf{f}^\dagger(z), S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}(z) \rangle = 1} \langle \mathbf{f}^\dagger(z), \mathbf{f}^\dagger(z) \rangle = \min_{\langle \mathbf{f}^\dagger(z), S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}(z) \rangle = 1} \|\mathbf{f}^\dagger(z)\|^2. \quad (3.19)$$

La solution de ce problème est donnée par  $\mathbf{f}(z) = \alpha \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z)$ . Afin de satisfaire la contrainte (d'absence de biais sur le signal utile), il faut choisir entre  $\alpha(z) = \frac{1}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}}$  et la constante  $\alpha = \|\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}\|^{-2}$ . Considérons maintenant la factorisation spectrale  $\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1} \bar{\mathbf{h}} = g(z)g^\dagger(z)$  et le cas particulier de l'inégalité de Cauchy-Schwartz

$$1 = \langle g, \frac{1}{g^\dagger} \rangle \leq \|g\|^2 \left\| \frac{1}{g^\dagger} \right\|^2, \quad \|g\|^2 = \langle g, g \rangle \quad (3.20)$$

pour démontrer que le choix convenable pour  $\alpha$  (qui minimise le critère 3.19) est celui de la constante scalaire. Par conséquent, les expressions des filtres sont données par  $\mathbf{f}(z) = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z)}{\|\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}(z)\|^2}$  et  $\gamma(z) = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}(z)}{\|\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}(z) \bar{\mathbf{h}}(z)\|^2}$ .

### 3.4.2 Dérivation liée à la borne du filtre adapté

Considérons de nouveau le problème de la détection d'un seul symbole  $d_k$  en supposant que les symboles passés et futurs sont détectés correctement. La solution de ce problème (2.12) peut être interprétée comme un égaliseur avec retour de décisions non causal [SC96a]. Le filtre avant est le filtre adapté multivoie  $\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \hat{S}_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1}$  tandis que le filtre de retour est  $\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \hat{S}_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}(z)$  où le coefficient central a été enlevé (FIG. 3.2). Dans le cas d'un bruit temporellement coloré, la

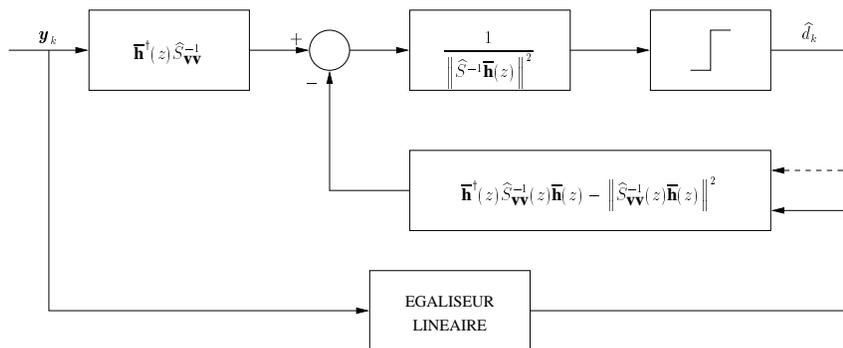


FIG. 3.2 – Egaliseur avec retour de décisions non causal.

longueur des filtres sera infinie. En pratique, la connaissance de la séquence d'apprentissage de l'utilisateur considéré est nécessaire pour estimer quelques coefficients des filtres sans forcer

la symétrie du filtre de retour. L'initialisation de ce récepteur, par un égaliseur linéaire par exemple, est délicate et doit être assez bonne pour espérer des améliorations au cours des itérations.

### 3.4.3 Egaliseur avec retour de décisions non causal multi-sortie

Afin d'améliorer les performances du récepteur précédent, au cours des itérations, nous considérons dans cette section l'estimation conjointe du symbole d'intérêt et  $l$  symboles futurs. Cependant, seule la valeur du symbole d'intérêt sera retenue à chaque instant [PWD96, WKP92, SC97]. Considérons le critère (2.9) et la décomposition

$$\mathcal{T}D = \mathcal{T}_l D_l(k) - \overline{\mathcal{T}}_l \overline{D}_l, \quad (3.21)$$

$D_l(k) = [d_k \cdots d_{k+l}]^T$ ,  $\mathcal{T}_l$  est une matrice contenant  $l + 1$  colonnes correspondant à  $D_l(k)$  et  $\overline{\mathcal{T}}_l \overline{D}_l$  est la contribution des autres symboles dans le paquet. Par analogie à (2.12), la solution de ce problème est donnée par

$$\widehat{D}_l = \text{dec} \left\{ (\mathcal{T}_l^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathcal{T}_l)^{-1} \mathcal{T}_l^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} (\mathbf{Y} - \overline{\mathcal{T}}_l \overline{D}_l) \right\}. \quad (3.22)$$

Le filtre avant  $\mathcal{T}_l^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}$ , celui de retour  $\mathcal{T}_l^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \overline{\mathcal{T}}_l$  et l'égaliseur de forçage à zéro (EFZ)  $(\mathcal{T}_l^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathcal{T}_l)^{-1}$  varient dans le temps et le régime transitoire au niveau des bords risque d'être non négligeable. Une implémentation sous-optimale consiste à prendre des filtres RIF invariants dans le temps et par conséquent, le filtrage de quelques échantillons du signal reçu est suffisant à la détection d'un symbole à chaque instant.

## 3.5 Prédiction linéaire et annulation des interférences

Contrairement au récepteur d'Ungerboeck (généralisé au cas multivoie à la section §3.3.1) se reposant sur un filtrage vectoriel, ce récepteur fait appel à une approche matricielle. On peut démontrer que ce récepteur (de Forney), faisant intervenir une métrique euclidienne, est la cascade d'un filtre de prédiction linéaire  $P(z)$  qui annule les interférences et de l'algorithme de Viterbi multivoie appliqué au signal

$$\overline{\mathbf{y}}'_k = P(q)\overline{\mathbf{y}}_k = P(q)\overline{\mathbf{h}}(q)d_k + P(q)\overline{\mathbf{v}}_k = \mathbf{h}'(q)d_k + \tilde{\mathbf{v}}_k, \quad (3.23)$$

$\tilde{\mathbf{v}}_k$  est l'innovation du processus  $\overline{\mathbf{v}}_k$ . En absence du bruit thermique, le processus à moyenne mobile (MA: *Moving Average*) multivoie correspondant à la contribution des interféreurs au signal reçu est équivalent à un processus autorégressif (AR) multivoie singulier [SP95, GLM96]:  $P(z)$  aura un ordre fini et  $r_{\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}}(0)$  aura  $m - N_u + 1$  singularités. Pour une performance donnée, ce récepteur nécessite une séquence d'apprentissage plus longue que celle utilisée par le récepteur d'Ungerboeck puisque le nombre des paramètres à estimer est plus grand. Les performances de ce récepteur ont été évaluées dans le cas des statistiques exactes [AO98b] et

dans le cas des canaux quasi-instantanés [AO98a, KAO99, KO99]. Une implémentation sous-optimale et non structurée a été proposée dans [LP96]; il s'agit de minimiser l'EQM entre le signal reçu filtré par un filtre matriciel et une version filtrée des symboles de l'utilisateur considéré.

### 3.6 Egaliseur avec retour de décisions

L'égaliseur avec retour de décisions (ERD) a été proposé dans la littérature [Sal73, BP79, BS92] pour remédier à l'amplification du bruit inhérente aux récepteurs linéaires. Son application à l'annulation des interférences co-canal a été, particulièrement, étudiée dans [PF94, VPPF95, LAS95b]. L'adaptation du filtre multi-entrée mono-sortie avant et du filtre de retour des structures spatio-temporelles sous-optimales proposées dans [LAS95a] par une courte séquence d'apprentissage est difficile, voire même impossible. L'optimisation des filtres avant par une approche spatiale ou la considération des scénarios particuliers (des interféreurs spatialement colorés et temporellement blancs) s'avère nécessaire pour réduire la complexité des récepteurs proposés [LAS95b]. Les performances de ces récepteurs dans le cas des interféreurs asynchrones ont été évaluées dans [Lin95]. Une implémentation rapide basée sur la connaissance des canaux de tous les utilisateurs a été présentée dans [SAD98]. Nous considérons dans la suite deux configurations particulières de l'ERD (FIG. 3.3) et nous supposons que les décisions prises par l'ERD sont correctes.

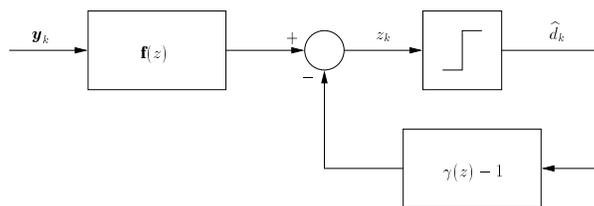


FIG. 3.3 – *Egaliseur avec retour de décisions.*

#### 3.6.1 ERD minimisant l'EQM et forçant l'IES à zéro

Le signal à l'entrée de l'élément de décisions est  $z_k = d_k + e_k$  où  $e_k = \mathbf{f}(q)\bar{\mathbf{y}}_k - \gamma(q)d_k$ . En utilisant l'orthogonalité entre  $e_k$  et  $d_k$  ( $e_k$  ne contient pas des IES), nous obtenons la contrainte de causalité  $\mathbf{f}(z)\bar{\mathbf{h}}(z) = \gamma(z)$  (avec  $\gamma_0 = 1$ ) et le signal d'erreur  $e_k = \mathbf{f}(q)\bar{\mathbf{v}}_k$ . Avec les notations de la section §3.4.1, la minimisation de l'EQM est équivalente au problème

$$\min_{\mathbf{f}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)=\gamma(z)} \|\mathbf{f}^\dagger(z)\|^2 \quad (3.24)$$

qui admet pour solution  $\mathbf{f}(z) = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)}{\sigma^2 g^\dagger(z)}$  où nous avons utilisé la factorisation spectrale  $\mathbf{h}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{h}}(z) = \sigma^2 g(z)g^\dagger(z)$  et le fait que  $\gamma(z) = g(z)$  est le facteur spectral à phase minimale. Le filtre  $\mathbf{f}(z)$  réduit les IEU et annule les interférences des symboles futurs alors que l'élimination de la contribution des symboles passés est prise en charge par le filtre  $\gamma(z)$ .

### 3.6.2 ERD non biaisé minimisant l'EQM

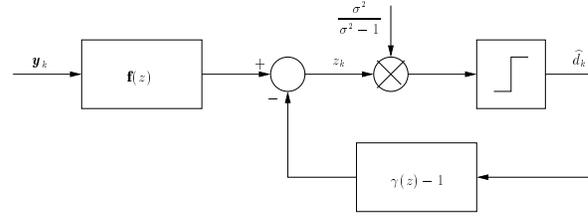


FIG. 3.4 – Egaliseur avec retour de décisions non biaisé minimisant l'EQM.

Pour un filtre  $\gamma(z)$  fixé, le problème de minimisation de l'EQM par rapport à  $\mathbf{f}(z)$  est équivalent à celui de l'estimation linéaire optimale de la séquence  $\gamma(q)d_k$  à partir du signal  $\bar{\mathbf{y}}_k$ . En utilisant l'orthogonalité entre  $e_k$  et  $\bar{\mathbf{y}}_k$ , nous déduisons que le filtre  $\mathbf{f}(z) = \gamma(z)S_{d\mathbf{y}}(z)S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z)$  est proportionnel à un filtre de Wiener. Avec ce choix, nous obtenons

$$S_{ee}(z) = \frac{\gamma(z)\gamma^\dagger(z)}{1 + \sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)} = \frac{\gamma(z)\gamma^\dagger(z)}{\sigma^2 g(z)g^\dagger(z)}. \quad (3.25)$$

La minimisation de l'EQM aura pour solution,  $\gamma(z) = g(z)$ , le facteur spectral à phase minimale de  $1 + \sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)$ , et par conséquent  $\mathbf{f}(z) = \frac{\sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}}{\sigma^2 g^\dagger(z)}$ . Le filtre  $\gamma(z)$  a pour but d'enlever la contribution des symboles passés, alors que le filtre  $\mathbf{f}(z)$  réduit les IEU et les interférences des symboles futurs. Le signal à l'entrée de l'élément de décisions

$$z_k = d_k - \frac{d_k}{\sigma^2 g^\dagger(z)} + \frac{\sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}\bar{\mathbf{v}}_k}{\sigma^2 g^\dagger(z)} = \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right) d_k + \sum_{i=1}^{+\infty} \alpha_i d_{k+i} + \frac{\sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}\bar{\mathbf{v}}_k}{\sigma^2 g^\dagger(z)} \quad (3.26)$$

est biaisé. Afin d'enlever le biais, il a été proposé dans [CDEF95] de multiplier le signal  $z_k$  (FIG. 3.4) par  $\frac{\sigma^2}{\sigma^2 - 1}$ .

## 3.7 Récepteurs linéaires

Par rapport à la section précédente, le filtre de retour est omis dans les récepteurs linéaires ( $\gamma(z) = 1$ ).

### 3.7.1 Filtrage spatio-temporel

Considérons tout d'abord le cas d'un EFZ minimisant l'EQM. Le signal à l'entrée de l'élément de décision est  $z_k = \mathbf{f}(q)\bar{\mathbf{y}}_k = d_k + e_k$ . Avec les notations de la section §3.4.1, la minimisation de l'EQM est équivalente au problème

$$\min_{\mathbf{f}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)=1} \|\mathbf{f}^\dagger(z)\|^2 \quad (3.27)$$

qui admet pour solution  $\mathbf{f}(z) = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)}$ . Ainsi, le traitement spatio-temporel se factorise en deux opérations: un filtre adapté qui transforme un signal multivoie en un signal scalaire en maximisant le RSB [BS92] et en réduisant les IEU [PF94] et un égaliseur (EFZ) qui élimine les IES. En utilisant le lemme d'inversion matricielle [Kay93], on peut démontrer que,

$$\mathbf{f}(z) = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)} = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z)}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{h}}(z)}, \quad (3.28)$$

le filtre spatio-temporel multivoie réduisant les IEU et les IES est proportionnel au filtre de Wiener  $\sigma_d^2\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z)$ . Théoriquement, ce résultat résoud un problème de dimensionnalité du moment où le canal est estimé par une séquence d'apprentissage et  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(z)$  est estimée par tous les échantillons d'un paquet [Slo96]. La combinaison d'une fonction de coût aveugle exploitant une caractéristique de la constellation (CM: *Constant Modulus*) et de la fonction de coût liée à une courte séquence d'apprentissage permet d'améliorer la qualité d'estimation non structurée du filtre de Wiener [KH98, KFFM97]. Notons que pour toute implémentation pratique, qui rend causal un filtre à RIF, il faut optimiser le critère par rapport aux coefficients et par rapport à leur positionnement (retard à la décision).

### 3.7.2 Filtrage spatial

Afin de simplifier l'implémentation des récepteurs linéaires tout en gardant les avantages de la diversité, le filtrage spatial a été introduit comme étant une généralisation du MRC (*Maximal Ratio Combining*) [Pro89, Qur85]. Les performances de ce récepteur maximisant le RSBI ont été discutées dans le chapitre 2 et dans [SH98]. Lorsque plusieurs capteurs sont utilisés à la réception, ce récepteur permet d'annuler un certain nombre d'interféreurs et de trajets (résolvables) et par conséquent d'améliorer la capacité des systèmes cellulaires [WSG94, May97].

## 3.8 Conclusion

Nous avons démontré dans ce chapitre qu'il faut dissocier les opérations d'annulation des interférences et de l'égalisation afin de pouvoir implémenter la DSMV mono-utilisateur. La première opération peut être faite par un filtre (d'annulation ou de réduction des interférences) qui maximise le rapport signal à bruit à sa sortie et qui transforme le signal multivoie en un signal scalaire. Nous démontrons dans le chapitre 4 que ce filtre conserve la BFA et par conséquent, il garde toute l'information (sur les symboles) en passant d'un signal vectoriel à un signal scalaire. Ce filtre, qui est typiquement le filtre adapté spatio-temporel multivoie, peut être remplacé par le filtre de Wiener du moment où l'estimation de ce dernier est plus simple en pratique. L'inconvénient majeur de la première opération est qu'elle augmente en général la mémoire du canal à inverser. La seconde opération (l'égalisation) est une DSMV opérant sur un signal monovoie. Cette étape peut ignorer la couleur du bruit lorsque l'étape précédente (la

réjection des interféreurs) est optimale. Le récepteur qui en résulte est appelé *récepteur hybride* du moment où il rassemble deux opérations de natures différentes. La métrique de l'algorithme de Viterbi n'est euclidienne que dans le cas où le filtre d'annulation des interférences est suivi par un filtre blanchisseur. Dans ce cas, l'égaliseur inverse un canal à phase minimale.

Notons que le filtre d'annulation d'interférences peut correspondre à un filtre matriciel (multi-entrée multi-sortie) qui est celui de la prédiction linéaire du processus  $\bar{\mathbf{v}}_k$ . La DSMV qui en suit opère dans ce cas sur un signal vectoriel dont les corrélations temporelles de la composante bruit peuvent être ignorées. Ce récepteur est, en effet, une implémentation intéressante du critère de maximum de vraisemblance déterministe (MVD) qui sera détaillé dans le chapitre 5.

# Chapitre 4

## Un filtre adapté avec annulation des interférences

Nous avons démontré dans le chapitre précédent que la DSMV opérant sur un signal multivoie commence par un filtre adapté spatio-temporel qui prend en compte les corrélations des interféreurs et qui réduit le signal multivoie en un signal scalaire. La réception par la DSMV continue ensuite par l’algorithme de Viterbi, qui devrait encore prendre en compte les corrélations de la composante bruit de ce signal scalaire. Nous démontrons, dans ce chapitre, que la première étape correspond à une annulation (ou au moins une réduction) des interférences entre utilisateurs alors que la deuxième étape effectue l’égalisation qui élimine les interférences entre symboles.

Nous démontrons que le filtre adapté blanchisseur peut être interprété comme étant le résultat de la minimisation d’un critère quadratique avec une contrainte linéaire. En effet, le filtre adapté blanchisseur est le filtre qui se comporte comme un filtre adapté (habituel, c.a.d. en absence des interféreurs) tout en minimisant la variance du signal à sa sortie. Il est donc l’équivalent spatio-temporel du formateur de voie, qui est le cas purement spatial en traitement d’antenne, minimisant la variance à sa sortie sous des contraintes linéaires. Ce problème de minimisation, reparamétré de manière à satisfaire automatiquement la contrainte linéaire, mène au GSC. L’équivalent spatio-temporel du GSC pour notre problème de réception multivoie est l’ICMF, qui sera dérivé, en partant de la réception par la DSMV.

L’interprétation de la DSMV en terme de l’ICMF permet une analyse des performances pour un certain nombre d’interféreurs en présence d’un bruit blanc. Nous démontrons qu’en absence de tout autre bruit, un nombre d’interféreurs égal au nombre de canaux moins deux peut être parfaitement annulé et ceci avec un filtre de longueur finie. Si on considère un filtre de longueur infinie, ce nombre d’interféreurs augmente de un. Dans les autres cas, une annulation parfaite des interféreurs ne sera pas possible (et donc le récepteur deviendra sous-optimal) et seulement une réduction des interférences sera possible (chapitre 2). Nous quantifions le pouvoir d’annulation des interférences par une borne inférieure de la probabilité d’erreur évaluée en moyennant sur une distribution uniforme des canaux de tous les utilisateurs. Finalement, nous analysons le récepteur dans le cas d’un bruit coloré gaussien non circulaire.

## 4.1 Dérivation d'un filtre adapté avec annulation des interférences

Considérons le critère de la DSMV (2.9) avec  $\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  et son approximation asymptotique

$$\begin{aligned} \min_{d_k \in \Omega} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{L}(z) &= \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} [\mathbf{y}(z) - \bar{\mathbf{h}}(z)d(z)]^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(z) [\mathbf{y}(z) - \bar{\mathbf{h}}(z)d(z)] \\ &= \sum_k [\bar{\mathbf{y}}_k - \bar{\mathbf{h}}(q)d_k]^H S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}(q) [\bar{\mathbf{y}}_k - \bar{\mathbf{h}}(q)d_k]. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Considérons la transformation inversible  $\mathbf{TA}(z) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \\ \bar{\mathbf{P}}(z) \end{bmatrix}$  c.a.d que  $\det(\mathbf{TA}(z)) \neq 0 \forall z$ , où  $\bar{\mathbf{P}}(z)$  est l'ensemble de  $m-1$  égaliseurs bloquants satisfaisant  $\bar{\mathbf{P}}(z)\bar{\mathbf{h}}(z) = 0$ . Cette relation implique que ces égaliseurs engendrent l'espace bruit (le complément orthogonal à l'espace signal) [SP94]. Un égaliseur bloquant est, par définition [Slo93], un égaliseur dont la sortie est égale à zéro quelque soit la séquence d'entrée. Les égaliseurs bloquants peuvent être paramétrés, naturellement, par des quantités de prédiction linéaire [SP94, CS96]. D'après l'équation  $\mathbf{P}(z)\bar{\mathbf{h}}(z) = \bar{\mathbf{h}}_0$  [Slo94a], on aura  $\bar{\mathbf{P}}(z) = \bar{\mathbf{h}}_0^{\perp H} \mathbf{P}(z)$  où  $\bar{\mathbf{h}}_0^\perp$  est le complément orthogonal de l'espace engendré par  $\bar{\mathbf{h}}_0$  (c.a.d.  $\bar{\mathbf{h}}_0^{\perp H} \bar{\mathbf{h}}_0 = 0$ ). Cependant, le choix de  $\bar{\mathbf{h}}_0^\perp$  n'est pas unique. Dans [XLTK95], les auteurs paramètrent linéairement l'espace bruit par la réponse impulsionnelle du canal. Dans [ADS97], ce type d'égaliseurs bloquants ( $\bar{\mathbf{P}}(z) \equiv \bar{\mathbf{h}}^{\perp \dagger}(z)$ ) a été qualifié d'équilibré (*balanced*) du fait que  $\text{tr}(\bar{\mathbf{h}}^{\perp \dagger}(z)\bar{\mathbf{h}}^\perp(z)) = \alpha \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z)$  où  $\alpha$  est un scalaire. Le nombre de lignes de  $\bar{\mathbf{h}}^{\perp \dagger}(z)$  varie entre  $m-1$  et  $\frac{m(m-1)}{2}$ . On retient, en particulier,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}_{min}^{\perp \dagger}(z) &= \begin{bmatrix} -\bar{h}_2(z) & \bar{h}_1(z) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\bar{h}_m(z) & 0 & \cdots & \bar{h}_1(z) \end{bmatrix} \\ \text{et } \bar{\mathbf{h}}_{bal,min}^{\perp \dagger}(z) &= \begin{bmatrix} -\bar{h}_2(z) & \bar{h}_1(z) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\bar{h}_3(z) & \bar{h}_2(z) & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ \bar{h}_m(z) & 0 & \cdots & 0 & -\bar{h}_1(z) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dans la littérature [GN93, BR94, Hua96], les  $\frac{m(m-1)}{2}$  combinaisons possibles des voies ont été considérées et nous appelons cet égaliseur bloquant  $\bar{\mathbf{h}}_{bal,max}^{\perp \dagger}(z)$ .

Introduisons  $\mathbf{TA}^{-1}(z)\mathbf{TA}(z)$  de part et d'autre de  $S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}$  dans le critère (4.1) et notons par

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{TA}(q)\bar{\mathbf{y}}_k = \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ \mathbf{x}_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(q)\bar{\mathbf{h}}(q)d_k + w_{1,k} \\ \mathbf{w}_{2,k} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

et

$$\mathbf{w}_k = \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ \mathbf{w}_{2,k} \end{bmatrix} = \mathbf{TA}(q)\bar{\mathbf{v}}_k \quad (4.4)$$

respectivement le signal et le bruit filtrés par la transformation  $\mathbf{TA}(z)$ . Notons que  $\mathbf{w}_{2,k}$  ne contient pas le signal utile mais uniquement du bruit filtré qui est corrélé avec  $w_{1,k}$ . Afin de réduire le niveau du bruit au signal  $x_{1,k}$  (FIG. 4.1), on applique la transformation inversible

$\mathbf{TB}(z) = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{w}(z) \\ 0 & I_{m-1} \end{bmatrix}$  au signal  $\mathbf{x}_k$ . On obtient comme signal utile

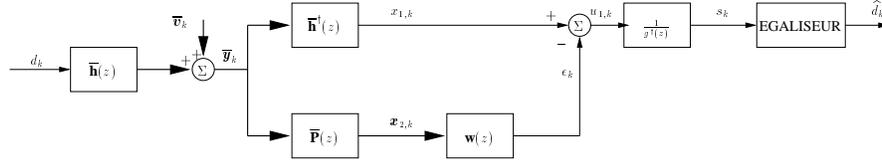


FIG. 4.1 – Un filtre adapté avec annulation des interférences (ICMF).

$$\mathbf{u}_k = \mathbf{TB}(q)\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} u_{1,k} \\ \mathbf{u}_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}}^\dagger(q)\bar{\mathbf{h}}(q)d_k + \tilde{w}_{1,k} \\ \mathbf{w}_{2,k} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

où  $\tilde{\mathbf{w}}_k = [\tilde{w}_{1,k} \ \mathbf{w}_{2,k}^T]^T = \mathbf{TB}(q)\mathbf{w}_k$  et le filtre de Wiener, en utilisant l'orthogonalité entre  $\tilde{w}_{1,k}$  et  $\mathbf{w}_{2,k}$ , correspondant à l'estimation de  $w_{1,k}$  à partir de  $\mathbf{w}_{2,k}$

$$\mathbf{w}(z) = S_{x_1\mathbf{x}_2}(z)S_{\mathbf{x}_2\mathbf{x}_2}^{-1}(z) = S_{w_1\mathbf{w}_2}(z)S_{\mathbf{w}_2\mathbf{w}_2}^{-1}(z). \quad (4.6)$$

Notons que pour un bruit  $\bar{\mathbf{v}}_k$  gaussien, le signal  $\mathbf{w}_{2,k}$  est indépendant de  $u_{1,k}$  et  $d_k$  et par conséquent, la séquence  $\{u_{1,k}\}$  constitue une statistique suffisante pour la détection des symboles  $d_k$ . La cascade  $\mathbf{TB}(z)\mathbf{TA}(z)$  mène à une structure particulière appelée filtre adapté avec annulation des interférences (ICMF: *Interference Cancelling Matched Filter*). Afin d'éviter l'étalement de la fonction de transfert globale sur une durée supérieure à  $NT$  (longueur du canal  $\bar{\mathbf{h}}(z)$ ), on fait passer le signal  $u_{1,k}$  par un filtre blanchisseur  $\frac{1}{g^\dagger(z)}$ ;  $g(z) = (\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z))^{\frac{1}{2}}$  étant le facteur spectral RIF et à phase minimale du filtre  $\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z)$ . La sortie de l'ICMF est alors

$$s_k = g(q) d_k + n_k. \quad (4.7)$$

## 4.2 Annulations des interférences

Analysons le cas d'un bruit coloré  $\bar{\mathbf{v}}_k$ , constitué par  $N_u - 1 < m$  interféreurs et d'un bruit gaussien spatialement et temporellement blanc  $\bar{\mathbf{n}}_k$ , dont la d.s.p. est donnée par l'expression (2.20). En utilisant le lemme d'inversion matricielle (LIM) [Kay93], on peut réécrire la d.s.p. du bruit  $n_k$  à la sortie de l'ICMF (FIG. 4.1)

$$S_{nn}(z) = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\bar{\mathbf{h}} - \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\bar{\mathbf{P}}^\dagger (\bar{\mathbf{P}}S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\bar{\mathbf{P}}^\dagger)^{-1} \bar{\mathbf{P}}S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}\bar{\mathbf{h}}}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger\bar{\mathbf{h}}} \quad (4.8)$$

comme

$$S_{nn}(z) = \sigma_{\bar{\mathbf{n}}}^2 \left( 1 + \text{tr}\left\{ \mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}}\mathbf{G} \left( \mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{P}}}\mathbf{G} + \frac{\sigma_{\bar{\mathbf{n}}}^2}{\sigma_d^2} I_{N_u-1} \right)^{-1} \right\} \right) \quad (4.9)$$

où  $\mathbf{G}(z)$  est la matrice, utilisée dans (2.20), qui contient les canaux des interféreurs. En absence des interféreurs ( $\mathbf{G}(z) = 0$ ), la d.s.p. du bruit à la sortie de l'ICMF se réduit à  $S_{nn} = \sigma_n^2$  et le filtrage de Wiener devient inutile ( $\mathbf{w}(z) = 0$ ). L'ICMF se réduit dans ce cas à un filtre adapté multivoie. Notons que la structure proposée (ICMF) reste optimale dans un contexte multi-utilisateur singulier ( $S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  est singulière:  $\sigma_n^2 = 0$  et  $N_u \leq m$ ). Afin de démontrer ce résultat il suffit de remarquer que  $P_{\mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{P}}^\dagger}$  engendre un espace de dimension  $N_u - 1$  et d'établir

$$S_{nn}(z) = \sigma_d^2 \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger \mathbf{G} P^\perp \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{h}}}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}}} = 0. \quad (4.10)$$

D'autre part, dans le cas singulier, le filtre  $\mathbf{w}(z)$  satisfait le système d'équations

$$\mathbf{w}(z) \bar{\mathbf{P}}(z) \mathbf{G}(z) = \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \mathbf{G}(z) \quad (4.11)$$

admettant une solution à RIF dans le cas où le nombre des interféreurs est limité à  $m - 2$ . Dans le cas général,  $\mathbf{w}(z)$  est un filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII) qui sera approximé par un filtre RIF.

### 4.3 Conservation de la borne du filtre adapté

Nous démontrons dans cette section que la transformation du signal multivoie en un signal scalaire, induite par l'ICMF, n'affecte pas la performance de la DSMV. Nous démontrons, en particulier, que la borne du filtre adapté donnée par l'expression (2.21) est équivalente à celle à la sortie de l'ICMF

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) \bar{\mathbf{h}}(z)}{S_{nn}(z)}. \quad (4.12)$$

Pour cela, il suffit d'établir

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}} &= \bar{\mathbf{h}}^\dagger \mathbf{T} \mathbf{A}^\dagger \mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{A} \bar{\mathbf{h}} \\ &= [\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \ 0] (\mathbf{T} \mathbf{A} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \mathbf{T} \mathbf{A}^\dagger)^{-1} [\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \ 0]^\dagger \\ &= [\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \ 0] S_{\mathbf{w}\mathbf{w}}^{-1} [\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \ 0]^\dagger = (\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}})^2 [1 \ 0] S_{\mathbf{w}\mathbf{w}}^{-1} [1 \ 0]^H \\ &= (\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}})^2 [1 \ 0] \mathbf{T} \mathbf{B}^\dagger S_{\tilde{\mathbf{w}}\tilde{\mathbf{w}}}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{B} [1 \ 0]^H = (\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}})^2 S_{\tilde{w}_1 \tilde{w}_1}^{-1} \\ &= \bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} S_{nn}^{-1}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

### 4.4 Liaison avec la formation de voies

Quand les canaux de tous les utilisateurs sont statiques ( $\bar{\mathbf{h}}_i(z) = \bar{\mathbf{h}} \ \forall i$ ), l'ICMF est la structure connue en traitement d'antenne sous le nom de GSC [JD93, VB88]. Par contre, il peut être considéré dans le cas des canaux dynamiques comme un formateur de voies pour des signaux à large bande. Le GSC est une implémentation particulière d'un formateur de voies

minimisant la variance à sa sortie sous des contraintes linéaires (LCMV). Nous considérons la relation d'entrée-sortie de l'ICMF:  $s_k = \mathbf{f}(q)\bar{\mathbf{y}}_k$  et nous cherchons le problème d'optimisation pour lequel l'ICMF est une solution. Paramétrons, arbitrairement, le filtre linéaire comme  $\mathbf{f}(z) = \alpha(z)\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) + \beta(z)\bar{\mathbf{P}}(z)$ . Du moment où le choix du filtre  $\beta(z)$  est libre en absence des interféreurs et de tout autre bruit, nous prenons  $\beta(z) = 0$  et  $\mathbf{f}(z) = \alpha(z)\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)$ . Le filtre  $\mathbf{f}(z)$  à énergie unitaire ( $\|\mathbf{f}^\dagger(z)\|^2 = 1$ ) qui maximise la variance à sa sortie est donné par  $\mathbf{f}(z) = \frac{f(z)}{g^\dagger(z)}\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)$  où  $f(z)$  est un filtre à énergie unitaire. Dans les sections précédentes, nous avons considéré le choix  $f(z) = 1$ . Dans le cas général, de  $\mathbf{f}(z) = \frac{f(z)}{g^\dagger(z)}[\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) - \mathbf{w}(z)\bar{\mathbf{P}}(z)]$  satisfaisant la contrainte d'agir sur le signal désiré comme un filtre adapté blanchisseur

$$\mathbf{f}(z)\bar{\mathbf{h}}(z) = \frac{f(z)}{g^\dagger(z)}\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z), \quad (4.14)$$

les paramètres libres sont ceux de  $\mathbf{w}(z)$ . Afin de simplifier le problème de minimisation de la variance du signal  $s_k$  nous utilisons la propriété

$$\frac{\partial S_{ss}(z)}{\partial w_i} = 0 \implies \frac{\partial}{\partial w_i} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} S_{ss}(z) = 0. \quad (4.15)$$

Ainsi, nous minimisons la d.s.p.

$$S_{ss}(z) = f(z)f^\dagger(z)[\sigma_d^2 g(z)g^\dagger(z) + S_{nn}(z)] \text{ avec } S_{nn}(z) = \frac{[1 - \mathbf{w}(z)]S_{\mathbf{w}\mathbf{w}}(z)[1 - \mathbf{w}(z)]^\dagger}{g(z)g^\dagger(z)} \quad (4.16)$$

par rapport aux coefficients du filtre  $\mathbf{w}(z)$  et nous aurons pour solution  $\mathbf{w}(z) = S_{w_1}\mathbf{w}_2 S_{w_2}^{-1}$ . En notant par  $S_{ss}^d(z) = \sigma_d^2 g(z)g^\dagger(z)f(z)f^\dagger(z)$  et  $S_{ss}^n(z) = f(z)f^\dagger(z)S_{nn}(z)$  respectivement les contributions de la partie signal et bruit dans  $S_{ss}(z)$ , on peut remarquer que le filtre précédent  $\mathbf{w}(z)$  est aussi la solution du problème

$$\max_{\mathbf{f}} \frac{S_{ss}^d(z)}{S_{ss}^n(z)} = \max_{\mathbf{f}} \frac{\sigma_d^2 g(z)g^\dagger(z)}{S_{nn}(z)}, \quad (4.17)$$

pour un choix arbitraire du filtre  $f(z)$ . Finalement, on peut vérifier que l'ICMF maximise le rapport signal à bruit à sa sortie dans le cas où une contrainte de forçage à zéro  $\frac{f(z)}{g^\dagger(z)} = \frac{1}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z)}$  a été adoptée.

## 4.5 Pouvoir d'annulation des interférences

Le but de cette section est d'évaluer, en moyennant sur tous les scénarios possibles, les performances (BFA) de l'ICMF en présence d'un nombre fixe d'utilisateurs. Rappelons, tout d'abord, l'expression évidente de la BFA utilisant la d.s.p. du bruit à la sortie de l'ICMF (4.9)

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}}}{S_{nn}} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j \sigma_n^2} \oint \frac{dz}{z} \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}}}{1 + \text{tr} \left\{ \mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}} \mathbf{G} (\mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{P}}} \mathbf{G} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} I_{N_u-1})^{-1} \right\}}. \quad (4.18)$$

Utilisons maintenant les expressions (4.8) et (2.20) et écrivons

$$\text{BFA} = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} (\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}})^2 \left[ \bar{\mathbf{h}}^\dagger \mathbf{G} \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{h}} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} \bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} - \bar{\mathbf{h}}^\dagger \mathbf{G} \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{P}}^\dagger \left( \bar{\mathbf{P}} \mathbf{G} \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{P}}^\dagger + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{P}}^\dagger \right)^{-1} \bar{\mathbf{P}} \mathbf{G} \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \right]^{-1}. \quad (4.19)$$

L'application du LIM sur la matrice  $(\bar{\mathbf{P}} \mathbf{G} \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{P}}^\dagger + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{P}}^\dagger)^{-1}$  nous permet de simplifier l'expression précédente en

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} (\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}})^2 \left[ \sigma_n^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} + \bar{\mathbf{h}}^\dagger \mathbf{G} (\sigma_d^{-2} I + \sigma_n^{-2} \mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{P}}^\dagger} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \right]^{-1}. \quad (4.20)$$

En appliquant le LIM sur la matrice située entre les crochets et en exploitant la propriété  $P_{\bar{\mathbf{P}}^\dagger} + P_{\bar{\mathbf{h}}} = I_m$ , on trouve

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j \sigma_n^2} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \left( 1 - \text{tr} \left\{ (\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} I)^{-1} \mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}} \mathbf{G} \right\} \right). \quad (4.21)$$

La borne supérieure de l'expression précédente est

$$\text{BFA}_{\text{DC}} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j \sigma_n^2} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \quad (4.22)$$

et elle est atteinte pour  $\mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}} \mathbf{G} = 0$ . Dans ce cas le canal de l'utilisateur considéré est orthogonal au sous-espace formé par les canaux des autres utilisateurs:  $\mathbf{G} \perp \bar{\mathbf{h}}$  et  $\mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{P}}^\dagger} \mathbf{G} = \mathbf{G}^\dagger \mathbf{G}$ . Cette borne correspond à la détection conjointe de tous les utilisateurs, auquel cas la contribution des interféreurs parfaitement détectés est soustraite du signal reçu. Un autre cas extrême aura lieu lorsque le canal de l'utilisateur considéré est parallèle au sous-espace formé par les canaux des interféreurs:  $\mathbf{G} \parallel \bar{\mathbf{h}}$ . Dans ce cas  $\mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}} \mathbf{G} = \mathbf{G}^\dagger \mathbf{G}$ ,  $\mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{P}}^\dagger} \mathbf{G} = 0$  et la BFA (4.18) se réduit à une intégrale d'un RSBI dépendant de la fréquence

$$\text{BFA} = \text{BFA}_{\parallel} = \frac{\sigma_d^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}}}{\sigma_n^2 + \sigma_d^2 \text{tr}\{\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G}\}}. \quad (4.23)$$

Considérons maintenant le cas des canaux normalisés

$$G = \mathbf{G}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-1/2}, \quad H = \frac{\bar{\mathbf{h}}}{(\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}})^{1/2}} \quad (4.24)$$

qui engendrent ensemble un espace de dimension  $N_u$ . Si la distribution de ces vecteurs (supposés être i.i.d.) est uniforme à chaque fréquence alors

$$\mathbb{E} G^\dagger H H^\dagger G = \frac{1}{N_u} I_{N_u-1}. \quad (4.25)$$

En insérant  $\mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}} \mathbf{G} = \mathbf{G}^\dagger \mathbf{G}$  dans (4.21) nous obtenons

$$\text{BFA}_{\parallel} = (2 - N_u) \text{BFA}_{\text{DC}} + \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}} \text{tr}\{(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} I_{N_u-1})^{-1}\}. \quad (4.26)$$

Réécrivons le terme de la trace dans (4.21) comme

$$\text{tr}\left\{\left[I_{N_u-1} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-1/2}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-\dagger/2}\right]^{-1}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-1/2} \mathbf{G}^\dagger P_{\bar{\mathbf{h}}} \mathbf{G}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-\dagger/2}\right\} \quad (4.27)$$

et utilisons (4.25) pour trouver sa valeur moyenne

$$\frac{1}{N_u} \text{tr}\left\{\left[I_{N_u-1} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-1/2}(\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G})^{-\dagger/2}\right]^{-1}\right\} = \frac{N_u - 1}{N_u} - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} \frac{1}{N_u} \text{tr}\left[\mathbf{G}^\dagger \mathbf{G} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_d^2} I_{N_u-1}\right]^{-1}. \quad (4.28)$$

Finalement, en utilisant (4.26), la moyenne de la BFA (4.21) est donnée par

$$\text{EBFA} = \frac{N_u - 1}{N_u} \text{BFA}_{\text{DC}} + \frac{1}{N_u} \text{BFA}_{\parallel}. \quad (4.29)$$

Ainsi, nous avons redémontré l'importance de l'aspect multivoie dans l'annulation des interférences. En particulier, lorsque le nombre d'utilisateurs est grand (mais inférieur au nombre de voies), l'annulation des interférences devient parfaite ( $\text{EBFA} = \text{BFA}_{\text{DC}}$ ). Ce résultat sera plus intéressant dans les systèmes cellulaires utilisant l'AMRC du moment où l'exploitation de la diversité du code permet de créer plusieurs voies [GSP98, GS98].

Notons que l'expression (4.29) aboutit à une borne inférieure de la probabilité d'erreur évaluée en moyennant sur les mêmes scénarios. En effet, sachant que les fonctions  $Q(x)$  et  $-\sqrt{x}$  sont convexes<sup>1</sup> sur  $\mathbb{R}^+$  et en prenant BFA comme variable aléatoire, l'inégalité de Johnson<sup>2</sup> indique que  $E(P_e) = E[Q(\sqrt{\text{BFA}})] \geq Q(E\sqrt{\text{BFA}}) \geq Q(\sqrt{E\text{BFA}})$ .

## 4.6 Comparaison avec le filtrage de Wiener

Le récepteur classique, faisant conjointement l'annulation des interférences et l'égalisation, est un filtre de Wiener multi-entrée mono-sortie

$$\mathbf{f}(z) = S_{d\mathbf{y}}(z) S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z) = \sigma_d^2 \bar{\mathbf{h}}^\dagger(z) S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z). \quad (4.30)$$

Nous démontrons dans cette section que ce récepteur est équivalent à l'ICMF suivi d'un égaliseur linéaire scalaire minimisant l'EQM. Nous commençons par interpréter la transformation induite par l'ICMF comme un filtrage spatio-temporel. Considérons l'expression du filtre  $\mathbf{w}(z) = \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \bar{\mathbf{P}}^\dagger (\bar{\mathbf{P}} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \bar{\mathbf{P}}^\dagger)^{-1}$  et la transformation

$$\bar{\mathbf{h}}^\dagger - \mathbf{w} \bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{1/2} P_{S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{1/2} \bar{\mathbf{P}}^\dagger}^\perp S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} = \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{1/2} P_{S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \bar{\mathbf{h}}^\dagger} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger \bar{\mathbf{h}}}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \bar{\mathbf{h}}} \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}, \quad (4.31)$$

où nous avons utilisé le fait que  $S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \bar{\mathbf{h}}^\dagger$  et  $S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{1/2} \bar{\mathbf{P}}^\dagger$  sont orthogonaux et engendrent un espace de dimension  $m$ . D'autre part, on peut démontrer par un calcul simple que

$$S_{d\mathbf{y}} S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} = S_{d_s} S_{s_s}^{-1} g^{-\dagger} S_{n_n} \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}, \quad (4.32)$$

---

1. On rappelle qu'une fonction  $f(x)$  est dite convexe sur  $I$  si et seulement si  $\forall x \in I, \exists a, b / ax + b \geq f(x)$ .  
2.  $E[f(X)] \geq f[E(X)]$  pour toute fonction convexe  $f(x)$  et une variable aléatoire  $X$ .

et en utilisant les résultats de la section §4.3, que

$$S_{d\mathbf{y}}S_{\mathbf{yy}}^{-1} = S_{ds}S_{ss}^{-1}g^{-\dagger}[\bar{\mathbf{h}}^\dagger - \mathbf{w}\bar{\mathbf{P}}], \quad (4.33)$$

et par conséquent,  $S_{d\mathbf{y}}(z)S_{\mathbf{yy}}^{-1}(z)\bar{\mathbf{y}}_k = S_{ds}(z)S_{ss}^{-1}(z)s_k$ . Afin de séparer les opérations de l'annulation des interférences et de l'égalisation et par conséquent, d'implémenter d'autres égaliseurs il sera utile de produire le signal  $u_{1,k}$  comme

$$u_{1,k} = [\bar{\mathbf{h}}^\dagger - \mathbf{w}\bar{\mathbf{P}}]\bar{\mathbf{y}}_k = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger\bar{\mathbf{h}}}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{vv}}^{-1}\bar{\mathbf{h}}} \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{vv}}^{-1}\bar{\mathbf{y}}_k = \frac{\bar{\mathbf{h}}^\dagger\bar{\mathbf{h}}}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{yy}}^{-1}\bar{\mathbf{h}}} \bar{\mathbf{h}}^\dagger S_{\mathbf{yy}}^{-1}\bar{\mathbf{y}}_k. \quad (4.34)$$

En pratique, il faut considérer des filtres à RIF pour l'implémentation des récepteurs. Le filtrage de Wiener, qui est un récepteur matricielle, nécessite l'estimation du spectre  $S_{\mathbf{yy}}(z)$  ou  $S_{\mathbf{vv}}(z)$  alors qu'il suffit pour l'ICMF qui est un récepteur vectoriel d'estimer le filtre  $\mathbf{w}(z)$ . Toutefois, l'estimation du canal de l'utilisateur considéré par une séquence d'apprentissage est commune pour les deux récepteurs. Les détails de l'implémentation sont reportés dans les deux chapitres suivants.

## 4.7 Extension au cas de signaux non circulaires

Nous considérons dans cette section le modèle de données (1.18) réécrit dans le cas d'un seul utilisateur comme

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(q)b_k + \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{v}_k = \sum_{l=2}^{N_u} \mathbf{h}_l(q)b_{l,k} + \mathbf{n}_k \quad (4.35)$$

et faisant intervenir des signaux complexes sur les  $\frac{m}{2}$  voies. Rappelons qu'une variable aléatoire complexe gaussienne  $\mathbf{v}_k$  est dite circulaire [Pic94] si et seulement si  $E\mathbf{v}_k\mathbf{v}_l^T = 0 \forall k, l$  ( $S_{\mathbf{vv}}^* = S_{\mathbf{v}^*\mathbf{v}} = 0$ , ce qui est équivalent à  $S_{\mathbf{v}^I\mathbf{v}^R} = S_{\mathbf{v}^I\mathbf{v}^I}$  et  $S_{\mathbf{v}^R\mathbf{v}^I} = -S_{\mathbf{v}^I\mathbf{v}^R}$ ). Avec cette définition on peut démontrer que la sortie d'un filtre linéaire invariant dans le temps est circulaire si et seulement si son entrée est circulaire. Quand le bruit additif  $\mathbf{v}_k$  contient des interféreurs, il peut être non circulaire. Ceci est toujours le cas si la constellation des interféreurs est non circulaire, dont l'exemple le plus évident est celui des constellations unidimensionnelles (1D) telles que les signaux BPSK. Considérons, dans le cas de signaux non circulaires, la décomposition des signaux en partie réelle et partie imaginaire qui est équivalente à prendre dans un même vecteur le signal et son complexe conjugué. En utilisant une notation similaire à  $\underline{\mathbf{y}}_k = [\mathbf{y}_k^T \mathbf{y}_k^H]^T$  pour les signaux complexes, on peut démontrer l'optimalité du récepteur de la figure 4.2. Afin de résoudre correctement un problème d'estimation linéaire dans le cas de signaux circulaires, un filtre linéaire au sens large (FLSL) [Pic94, PC95, Che95, Che96]

$$\underline{\mathbf{w}}(z) = [\mathbf{w}_1(z)\mathbf{w}_2(z)] = S_{w_1}\underline{\mathbf{w}}_2 S_{\underline{\mathbf{w}}_2}^{-1} = S_{x_1}\underline{\mathbf{x}}_2 S_{\underline{\mathbf{x}}_2}^{-1}. \quad (4.36)$$

doit remplacer le filtre de Wiener  $\mathbf{w}(z)$ . De nouveau,  $\underline{\mathbf{w}}_{2,k}$  est indépendant de  $b_k$  et  $u_{1,k}$  et par conséquent,  $u_{1,k}$  constitue une statistique suffisante pour la détection des symboles  $b_k$ . La

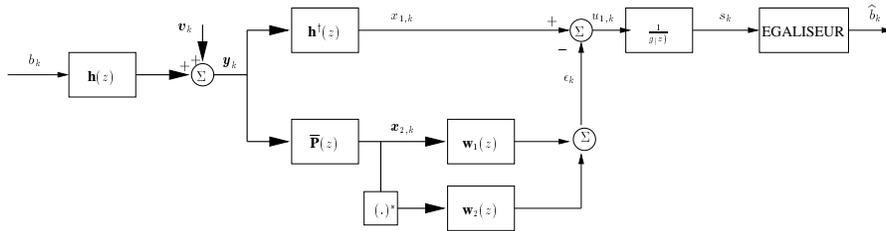


FIG. 4.2 – Un filtre adapté avec annulation des interférences non circulaires.

sortie de l'ICMF (FIG. 4.2) est donnée par la relation (4.7) et le bruit non circulaire  $n_k$  est caractérisé par sa d.s.p.

$$S_{\underline{nn}}(z) = \frac{\underline{\mathbf{h}}^\dagger S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}\underline{\mathbf{h}}} - \underline{\mathbf{h}}^\dagger S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}\underline{\mathbf{P}}^\dagger} \left( \underline{\mathbf{P}} S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}\underline{\mathbf{P}}^\dagger} \right)^{-1} \underline{\mathbf{P}} S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}\underline{\mathbf{h}}}}{\underline{\mathbf{h}}^\dagger \underline{\mathbf{h}}} \quad (4.37)$$

avec

$$\underline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \mathbf{h} & 0 \\ 0 & \mathbf{h}^* \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{P}}^* \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}^*(z) = \mathbf{h}^*(z^*) \text{ et } \bar{\mathbf{P}}^*(z) = \bar{\mathbf{P}}^*(z^*) \quad (4.38)$$

Considérons le cas d'un bruit coloré gaussien  $\mathbf{v}_k$  constitué par  $N_{nc}$  interféreurs ayant une constellation réelle (non circulaire) et  $N_c$  interféreurs ayant une constellation circulaire et par un bruit circulaire spatialement et temporellement blanc sachant que  $N_{nc} + 2N_c \leq m - 2$ . En utilisant l'expression de la d.s.p. du bruit  $\mathbf{v}_k$

$$S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}} = \sigma_b^2 \underline{\mathbf{G}}_c S_{\underline{\mathbf{b}}_c \underline{\mathbf{b}}_c} \underline{\mathbf{G}}_c^\dagger + \sigma_b^2 \underline{\mathbf{G}}_{nc} S_{\underline{\mathbf{b}}_{nc} \underline{\mathbf{b}}_{nc}} \underline{\mathbf{G}}_{nc}^\dagger + \sigma_n^2 I_m, \quad (4.39)$$

les séquences des interféreurs étant  $\mathbf{b}_{c,k} = [b_{c1,k}^T \cdots b_{cN_c,k}^T]^T = \mathbf{b}_{c,k}^*$  et  $\mathbf{b}_{nc,k} = [b_{nc1,k}^T \cdots b_{ncN_{nc},k}^T]^T$ , on peut vérifier que  $S_{\underline{nn}}(z) = 0$  dans le cas où  $\sigma_n^2 = 0$ . Ainsi, le nombre des interféreurs ayant une constellation non circulaire qui peuvent être éliminés double par rapport aux autres interféreurs, au moins si l'estimation au sens large du filtre  $\underline{\mathbf{w}}(z)$  a été utilisée.

Afin d'obtenir la BFA dans le cas des signaux non circulaires, on considère la dérivation du filtre adapté  $\underline{\mathbf{f}}(z) = [\mathbf{f}_1(z) \ \mathbf{f}_2(z)]$  filtrant le signal  $\underline{\mathbf{y}}_k$ . Par analogie à la section §3.4.1, le filtre adapté est le formateur de voies passant le signal utile sans biais et minimisant la variance des interféreurs et du bruit thermique à sa sortie. Le filtre adapté est alors la solution du problème

$$\max_{\underline{\mathbf{f}}} \text{BFA} = \max_{\underline{\mathbf{f}}} \frac{\sigma_b^2 \left| \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \underline{\mathbf{f}} \underline{\mathbf{h}} \right|^2}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \underline{\mathbf{f}} S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}} \underline{\mathbf{f}}^\dagger} = \frac{\min_{\underline{\mathbf{f}}} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \underline{\mathbf{f}} S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}} \underline{\mathbf{f}}^\dagger}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \underline{\mathbf{f}} \underline{\mathbf{h}} = [1 \ 0]} \quad (4.40)$$

Afin de faciliter la résolution de ce problème, on utilise la définition du produit scalaire entre les vecteurs  $u(z)$  et  $v(z)$  (§3.18) et on réécrit le problème (4.40) comme

$$\min_{\underline{\mathbf{f}}^\dagger, S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}}^{-1} \underline{\mathbf{h}}} \langle \underline{\mathbf{f}}^\dagger, \underline{\mathbf{f}}^\dagger \rangle \quad (4.41)$$

Il admet pour solution

$$\underline{\mathbf{f}} = \alpha^H \underline{\mathbf{h}}^\dagger S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}}^{-1} = [1 \ 0] \left( \frac{1}{2\pi j} \oint \underline{\mathbf{h}}^\dagger S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}}^{-1} \underline{\mathbf{h}} \right)^{-1} \underline{\mathbf{h}}^\dagger S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}}^{-1} \quad (4.42)$$

qui, insérée dans (4.40), permet d'établir l'expression de la borne du filtre adapté

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_b^2}{\langle \underline{\mathbf{f}}^\dagger, \underline{\mathbf{f}}^\dagger \rangle} = \sigma_b^2 \left( \left[ \left( \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \underline{\mathbf{h}}^\dagger S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}}^{-1} \underline{\mathbf{h}} \right)^{-1} \right]_{11} \right)^{-1}. \quad (4.43)$$

Cette borne est équivalente à l'expression (2.21) dans le cas où la constellation des interféreurs est circulaire. Selon un raisonnement analogue à celui de la section §4.3, on peut démontrer que la transformation du signal multivoie en un signal scalaire induite par l'ICMF (FIG. 4.2) conserve la BFA qui pourra s'écrire comme

$$\text{BFA} = \sigma_b^2 \left( \left[ \left( \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \underline{g} S_{\underline{nn}}^{-1} \underline{g}^\dagger \right)^{-1} \right]_{11} \right)^{-1}. \quad (4.44)$$

Finalement, on peut démontrer que la corrélation entre  $\mathbf{v}_k$  et  $\mathbf{v}_k^*$  (ou d'une manière équivalente entre  $n_k$  et  $n_k^*$ ) augmente la valeur de la BFA par rapport au cas de signaux circulaires ( $\mathbf{v}_k$  et  $\mathbf{v}_k^*$  sont décorrélés), ce qui a pour effet de diminuer la probabilité d'erreur. Afin de démontrer ce résultat, il suffit d'introduire la transformation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \tilde{\mathbf{v}}_k^* | \mathbf{v}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{\frac{m}{2}} & 0 \\ -S_{\mathbf{v}^* \mathbf{v}} S_{\underline{\mathbf{v}\mathbf{v}}}^{-1} & I_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{v}}_k, \quad (4.45)$$

$\tilde{\mathbf{v}}_k^* | \mathbf{v}_k$  étant l'erreur d'estimation de  $\mathbf{v}_k^*$  à partir de  $\mathbf{v}_k$ .

## 4.8 Conclusion

Nous avons établi dans ce chapitre, en introduisant une transformation canonique sur le critère de la DSMV, une expression du filtre d'annulation d'interférences  $\mathbf{f}(z)$  paramétrée par le canal de l'utilisateur désiré  $\bar{\mathbf{h}}(z)$ , un filtre de Wiener  $\mathbf{w}(z)$  et un filtre  $f(z)$  à énergie unitaire. Ce dernier n'est pas un degré de liberté et il sert à forcer des contraintes sur le filtre  $\mathbf{f}(z)$  appelé ICMF. Par exemple, avec le choix de  $f(z) = \frac{g^\dagger(z)}{\bar{\mathbf{h}}^\dagger(z)\bar{\mathbf{h}}(z)}$  l'ICMF n'est autre qu'un égaliseur de forçage à zéro qui maximise le rapport signal à bruit à sa sortie. Dans les systèmes à haut débit (EDGE par exemple), ce filtre sera utilisé pour raccourcir la mémoire du canal  $g(z)$  (à inverser par l'égaliseur) afin de réduire la complexité de l'algorithme de Viterbi.

Nous avons démontré, par la BFA, que le filtre d'annulation d'interférences  $\mathbf{f}(z)$  garde toute l'information (sur les symboles) en passant d'un signal multivoie (entrée de l'ICMF) à un signal scalaire (sortie de l'ICMF). Nous avons redémontré que ce filtre est équivalent à un filtre de Wiener et au filtre adapté spatio-temporel multivoie. La structure de l'ICMF nous a permis de démontrer qu'un récepteur spatio-temporel multivoie optimal ne peut annuler, avec

un filtre  $\mathbf{w}(z)$  ayant une longueur finie, que  $m - 2$  interférences en absence du bruit thermique où  $m$  est le nombre de voies. Avec un filtre de longueur infinie, le nombre d'interférences peut augmenter de un. Notons que ce pouvoir d'annulation d'interférences peut être atteint par toute autre structure équivalente (filtre de Wiener, filtre adapté spatio-temporel).

Comme tout récepteur issu du critère de la DSMV mono-utilisateur, la structure proposée passe la partie des interférences se trouvant dans la direction du canal de l'utilisateur désiré  $\bar{\mathbf{h}}(z)$ . Cette sous-optimalité disparaît (en moyenne) si le nombre de voies est assez grand.

Nous avons démontré dans le cas des signaux non-circulaires qu'il faut filtrer aussi bien le signal reçu  $\mathbf{y}_k$  que son complexe conjugué afin de réduire la probabilité d'erreur et d'annuler plus d'interférences. Ce traitement est plus général et a le même effet que celui qui considère les parties en phase et en quadrature des signaux BPSK.



# Chapitre 5

## Méthodes d'estimation du canal d'un utilisateur donné

En communications mobiles, la diversité spatiale (réseaux de capteurs) et temporelle (l'excès en largeur de bande) permet d'égaliser un utilisateur donné et d'annuler (ou réduire), simultanément, des interféreurs co-canal. Un récepteur possédant cette propriété est l'ICMF que nous avons introduit dans le chapitre précédent. L'ICMF dépend du canal de l'utilisateur considéré, pouvant être estimé par une séquence d'apprentissage, et d'un filtre d'annulation (aveugle) des interférences. La partie critique de ce récepteur est l'estimation du canal. La méthode classique des moindres carrés (MC) peut donner des estimées médiocres dans le cas où la puissance des interféreurs est élevée. Des améliorations significatives peuvent résulter, théoriquement, des méthodes du maximum de vraisemblance et des techniques sous-optimales considérées dans ce chapitre. Ces méthodes nécessitent, en général, l'estimation d'un spectre. Nous nous limitons, dans le cadre de cette étude, aux techniques d'estimation spectrale paramétrique.

Les paramètres inconnus, dans le problème d'estimation aveugle à base du paquet du signal reçu  $Y$  sont: le canal  $h$ , les symboles transmis  $D$  et la séquence de corrélations du bruit  $r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(0 : N' - 1)$ . Le bruit  $\mathbf{v}_k$  est supposé être un processus vectoriel MA( $N'-1$ ) où  $N'$  est la longueur maximale des canaux des interféreurs. Or, cet ensemble de paramètres inconnus ne peut pas être identifiable à partir du paquet du signal reçu  $Y$ . Une séquence d'apprentissage, c'est à dire un sous-ensemble connu  $D_k$  des symboles transmis  $D$ , doit être disponible au récepteur pour permettre l'estimation de tous les paramètres inconnus. Dans [Slo96], en se reposant sur des travaux antérieurs, une procédure à deux étapes a été proposée dans laquelle la séquence d'apprentissage est utilisée pour estimer le canal  $h$  par la méthode des moindres carrés. Un ensemble équivalent aux paramètres  $r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(0 : N' - 1)$  dans une structure de filtrage appelée ICMF est estimé en aveugle. Les symboles utiles  $D_u$  sont alors, estimés par n'importe quel récepteur connaissant le canal et les statistiques du bruit. Le critère des moindres carrés utilisé dans [Slo96] pour l'estimation du canal est optimal, au sens du maximum de vraisemblance, dans le cas où le bruit additif est blanc. Quand le bruit est coloré et contient de l'interférence multi-utilisateur, l'estimation du canal obtenue par MC peut être assez mauvaise. Nous consi-

dérons des situations où la séquence d'apprentissage est assez longue pour pouvoir identifier mais pas pour permettre une bonne qualité d'estimation par MC. Nous proposons dans ce chapitre deux solutions assez complexes pour améliorer la qualité d'estimation du canal. Dans la première solution, nous estimons le canal à partir de la séquence d'apprentissage par un critère de MC optimalement pondéré. L'autre solution fait intervenir aussi un critère de MC pondéré, mais en modifiant les signaux d'entrée et de la réponse désirée.

## 5.1 Estimation paramétrique du spectre du signal reçu

Supposons que la distribution du signal reçu  $\mathbf{Y} = \mathcal{T}(\mathbf{H})D + \mathbf{V}$  est gaussienne, de moyenne nulle et de matrice de covariance exacte  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathbb{E}(\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H)$  qui est bloc-Toeplitz et bande, et que les variables aléatoires complexes sont circulaires. Le critère de maximum de vraisemblance maximise la fonction de densité de probabilité (f.d.p) complexe  $f(\mathbf{Y}|\theta) = \frac{1}{\pi^m \det R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}} \exp(-\mathbf{Y}^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{Y})$  ou minimise, l'opposé du logarithme de la fonction de vraisemblance,

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathbf{Y}^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{Y} + \ln \det R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} . \quad (5.1)$$

L'estimée non structurée de la matrice de covariance est la matrice de rang un  $\hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathbf{Y}\mathbf{Y}^H$ . Dans quelques problèmes pratiques, l'estimation d'une matrice de taille (nombre de blocs par ligne ou par colonne) réduite  $M' < M$  est suffisante. Nous supposons que les observations  $\mathbf{Y}_{M'(1+(k-1)M')}$ ,  $k = 1 : L$ , sont indépendantes et nous minimisons le critère

$$\hat{\mathcal{L}}(\theta) = \text{tr}(R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}) + \ln \det R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} , \quad (5.2)$$

dont la solution non structurée est la matrice de corrélation empirique

$$\hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{Y}_{M'(1+(k-1)M')} \mathbf{Y}_{M'(1+(k-1)M')}^H = \frac{1}{L} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^H . \quad (5.3)$$

### 5.1.1 Méthode de projections alternées

Soit  $\mathcal{H}$  l'espace de Hilbert des matrices hermitiennes de taille  $M'$ , dans lequel le produit scalaire est défini par  $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB) \forall A, B \in \mathcal{H}$ . Nous considérons le problème

$$\inf \left\| \hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns} - R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} \right\|^2 \quad \text{sous: } R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} \in \mathcal{C} = \mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 , \quad (5.4)$$

$\mathcal{C}_1 \subset \mathcal{H}$  est le sous-espace des matrices bloc-Toeplitz et  $\mathcal{C}_2 \subset \mathcal{H}$  est celui des matrices définies positives. Toute matrice bloc-Toeplitz peut s'écrire sous la forme d'une combinaison linéaire  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \sum_i \alpha_i E_i$  où  $\{E_i\}$  est une base de  $\mathcal{C}_1$  et  $\alpha_i = \frac{\langle R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}, E_i \rangle}{\langle E_i, E_i \rangle} \in \mathbb{R}$ . Chaque matrice  $E_i$  contient des zéros et des uns (ou  $\pm j$ ) et  $\{\alpha_i\}$  est l'ensemble de paramètres réels de  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$ . Dans le contexte des projections alternées, le problème (5.4) est simplifié en un problème d'optimisation sur l'ensemble  $\mathcal{C}_1$  et un problème de faisabilité sur  $\mathcal{C}_2$  [GFS94]. Etant donné un

élément  $\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns} \in \mathcal{H}$ , on définit par  $P_1(\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns})$  sa projection orthogonale sur  $\mathcal{C}_1$  dont la première ligne bloc est  $[r_0 r_1 \cdots r_{M'-1}]$ . Il est facile de vérifier que [GFS94, BS97]

$$r_j = \frac{1}{M' - j} \sum_{i=0}^{M'-j-1} \widehat{r}_{i+1, i+1+j}, j = 0 : M' - 1 \quad (5.5)$$

où  $\widehat{r}_{i+1, i+1+j}$  est le  $(i+1, i+1+j)$ ème bloc de  $\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}$ . Si  $P_2$  est la projection orthogonale sur  $\mathcal{C}_2$  et  $P_1(\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}) = U\Lambda U^H$  alors  $P_2 P_1(\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}) = U\Lambda_+ U^H$ , les valeurs propres négatives de  $\Lambda$  sont forcées à zéro dans  $\Lambda_+$ . Comme l'aspect bloc-Toeplitz est perdu, il faut projeter de nouveau sur  $\mathcal{C}_1$ . La convergence de cette méthode est assez lente mais elle est garantie. Si la matrice obtenue à la convergence est mal-conditionnée, on peut modifier  $\mathcal{C}_2$  comme  $\mathcal{C}_2 = \{A \in \mathcal{H}, \lambda_{min}^{(q)}(A) = \text{constante}\}$  où  $q$  est la multiplicité de  $\lambda_{min}(A)$ . Ce type de contrainte a été considéré dans [Cad88, FV89] avec la pondération du critère (5.4) dans [FV89]. Soit la décomposition en

valeur singulière [GL89]  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \sum_{i=1}^{mM-q} \lambda_i U_i U_i^H + \sum_{i=mM-q+1}^{mM} \sigma U_i U_i^H$  où  $\lambda_i = \Lambda_{ii}$ . La solution

du problème  $\min_{\sigma} \|P_1(\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}) - R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}\|^2$  est donnée par  $\widehat{\sigma} = \frac{1}{q} \sum_{i=mM-q+1}^{mM} \lambda_i$ .

Afin de trouver une matrice appartenant à  $\mathcal{C}$ , sans résoudre le critère d'ajustement de covariances (5.4), il a été proposé de changer dans (5.5)  $\frac{1}{M'-j}$  par  $\frac{1}{M'}$  [BS97]. Cependant, l'amélioration des performances du traitement ultérieur avec cette estimée n'est plus garantie.

## 5.1.2 Résolution sous contraintes du critère de MV par l'algorithme EM

Nous décrivons dans cette section l'estimation de la matrice de covariance par une procédure itérative résultant de la minimisation du critère (5.2) basée sur l'algorithme *Expectation Maximization* (EM). L'algorithme EM garantit que la séquence des covariances estimées est croissante en vraisemblance [Hay91, TM94] et que les contraintes de structure imposées sur la matrice de covariance sont facilement incorporées dans une procédure d'estimation réduite à un ensemble d'opérations matricielles [Hay91]. L'itération  $k+1$  de cet algorithme est donnée par [FB90]

$$\begin{aligned} \Sigma_{k+1} &= \text{BlocDiag} \left( \Sigma_k + \Sigma_k A^H R_k^{-1} (\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns} - R_k) R_k^{-1} A \Sigma_k \right) \\ R_{k+1} &= A \Sigma_k A^H, \end{aligned} \quad (5.6)$$

$R_0 = I, \Sigma_0 = I, R_{k+1}$  est la matrice bloc-Toeplitz estimée,  $A = ([I_{M'} \ 0_{M', N-1}] W_{M'+N-1}) \otimes I_m$ ,  $W_{M'+N-1}$  est la matrice normalisée de la transformée de Fourier discrète et  $\text{BlocDiag}(x)$  est l'opérateur qui retourne la diagonale bloc de  $x$  dans une matrice de même taille que  $x$ . Comme l'initialisation  $\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}$  est un minimum non structuré du critère approximé (5.2), nous avons obtenu une très faible différence sur la valeur du critère entre les itérations. Cependant la minimisation du critère (5.1), sous contraintes de structure, est un problème mal-posé dans le sens qu'une seule observation est insuffisante pour produire une bonne estimation de la matrice de covariance [Hay91].

### 5.1.3 Calcul de l'estimateur de MV

Nous supposons dans cette section que le nombre d'observations est supérieur à la taille de la matrice à estimer ( $L > M'$ ) afin que la matrice de corrélation empirique  $\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{ns}$  soit non singulière avec une probabilité certaine.

#### Estimateur exact

Considérons la décomposition scalaire de l'inverse de la matrice de covariance  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} = \mathbf{L}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}$  où  $\mathbf{D}$  est une matrice diagonale et  $\mathbf{L}$  est une matrice triangulaire inférieure dont les coefficients de la diagonale sont égaux à un. Le critère (5.2) se réécrit dans ce cas comme

$$\widehat{\mathcal{L}} = \sum_{i=1}^{mM} \left\{ \frac{1}{L D_i} \sum_{k=1}^L |Y_{ik} + \sum_{j=1}^{i-1} L_{ij} Y_{jk}|^2 + \ln D_i \right\}, \quad D_i = D_{ii}. \quad (5.7)$$

La structure de ce critère implique que les problèmes d'estimation de  $D_i$  et de la  $i$ ème ligne de  $\mathbf{L}$  sont découplés pour différentes valeurs de  $i$  [PM92]. Afin d'obtenir les éléments de la  $i$ ème ligne de  $\mathbf{L}$ , il faut résoudre le système linéaire  $\sum_{k=1}^L Y_{jk}^* Y_{ik} + \sum_{l=1}^{i-1} L_{il} \sum_{k=1}^L Y_{jk}^* Y_{lk} = 0, j = 1 : i-1$ .

Ensuite, il faut évaluer  $D_i = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |Y_{ik} + \sum_{j=1}^{i-1} L_{ij} Y_{jk}|^2$ .

#### Approximation du processus observé par un modèle autorégressif

Afin d'améliorer la qualité d'estimation de la matrice de covariance, nous supposons dans cette section que le signal observé est un processus autorégressif d'ordre  $N_{AR}$ . Ainsi nous forçons l'aspect bande sur la matrice  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}$ . Le nombre de paramètres à estimer devient constant et indépendant de  $M'$ . Rappelons que les erreurs de prédiction linéaire progressive et retro-grade sont données respectivement par  $\tilde{\mathbf{y}}_{p,k} = \sum_{i=0}^{N_{AR}} P_{p,i} \mathbf{y}_{k-i}$  et  $\tilde{\mathbf{y}}_{r,k} = \sum_{i=0}^{N_{AR}} P_{r,i} \mathbf{y}_{k-N_{AR}+i}$  et que les filtres de prédiction linéaire satisfont les équations normales

$$R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N_{AR}+1} \begin{bmatrix} P_{p,N_{AR}}^H \\ \vdots \\ P_{p,1}^H \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \sigma_p^2 \end{bmatrix}, \quad R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N_{AR}+1} \begin{bmatrix} I_m \\ P_{r,1}^H \\ \vdots \\ P_{r,N_{AR}}^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

dont la résolution fait appel à l'algorithme rapide de Levinson [Kay88]. La matrice  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N_{AR}+1}$  est bloc-Toeplitz et elle est estimée par  $\frac{1}{M} \mathcal{T}(\mathbf{Y}^{Tt} J_M) \mathcal{T}^H(\mathbf{Y}^{Tt} J_M)$  où  $J_M$  est la matrice nulle  $M \times M$  dont les coefficients de l'anti-diagonale sont égaux à un et  $^t$  est l'opérateur qui transpose les blocs ( $\mathbf{Y}^{Tt} = [\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_M]$ ). L'inverse de la matrice de covariance est donné

par  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} = \mathbf{L}^H \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}$  où

$$\mathbf{L} = \left[ \begin{array}{c|ccc} I_{mN_{AR}} & 0 & \cdots & 0 \\ \hline & & & \end{array} \right], \quad \mathbf{D} = \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N_{AR}}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & I_{M'-N_{AR}} \otimes \sigma_p^{-2} \end{array} \right] \quad (5.9)$$

et  $\mathbf{P}_p = [P_{p,N_{AR}} \cdots P_{p,1} I_m] = [P_p I_m]$ . On définit  $\mathbf{P}_r = [I_m P_{r,1} \cdots P_{r,N_{AR}}] = [I_m P_r]$ .  
 Extension de la formule de Gohberg-Semencul [Cad89, RS92] au cas d'un processus vectoriel

Considérons l'erreur de prédiction linéaire progressive  $\tilde{\mathbf{y}}_{p,M} = \sum_{i=0}^{M-1} P_{p,i} \mathbf{y}_{M-i}$  et l'écriture matricielle du signal reçu

$$\mathbf{Y}_M(1) = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{Y}_{M-1}(1) \\ \mathbf{y}_M \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & 0 \\ \hline -P_{p,M-1} \cdots -P_{p,1} & I_m \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{Y}_{M-1}(1) \\ \tilde{\mathbf{y}}_M \end{array} \right] \quad (5.10)$$

dont la matrice de covariance est donnée par ( $N_{AR} = M - 1$ )

$$R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M} = \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & 0 \\ \hline -P_p & I_m \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1} & 0 \\ \hline 0 & \sigma_p^2 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & -P_p^H \\ \hline 0 & I_m \end{array} \right]. \quad (5.11)$$

En remarquant que  $I_{mM} = \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & 0 \\ \hline -P_p & I_m \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & 0 \\ \hline P_p & I_m \end{array} \right]$ , l'inverse de la matrice de covariance sera donné par

$$R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M}^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & P_p^H \\ \hline 0 & I_m \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & \sigma_p^{-2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} I_{m(M-1)} & 0 \\ \hline P_p & I_m \end{array} \right]. \quad (5.12)$$

L'écriture de la forme quadratique  $\mathbf{Y}_M^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M}^{-1} \mathbf{Y}_m$  comme

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_M^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M}^{-1} \mathbf{Y}_m &= [\mathbf{Y}_{M-1}^H(1) | \tilde{\mathbf{y}}_M^H] \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & \sigma_p^{-2} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \mathbf{Y}_{M-1}(1) \\ \tilde{\mathbf{y}}_M \end{array} \right] \\ &= \mathbf{Y}^H \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \mathbf{Y}_M + \mathbf{Y}_M^H \mathbf{P}_p^H \sigma_p^{-2} \mathbf{P}_p \mathbf{Y}_M \end{aligned} \quad (5.13)$$

permet d'établir que  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M}^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] + \mathbf{P}_p^H \sigma_p^{-2} \mathbf{P}_p$ . Une écriture analogue  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M}^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} \end{array} \right] + \mathbf{P}_r^H \sigma_r^{-2} \mathbf{P}_r$  résulte de l'utilisation des quantités de prédiction rétrograde.

En remarquant que  $\left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} \end{array} \right] = Z^m \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] Z^{mH}$  où  $Z^m = Z \otimes I_m$  et

$Z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j - 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ , on peut écrire

$$\left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} \end{array} \right] - Z^m \left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] Z^{mH} = \mathbf{P}_r^H \sigma_r^{-2} \mathbf{P}_r - \mathbf{P}_p^H \sigma_p^{-2} \mathbf{P}_p. \quad (5.14)$$

Maintenant, il suffit de pré(resp. post)multiplier chaque matrice par  $Z^{mk}$  (resp.  $Z^{mkH}$ ) pour  $k \in \mathbb{N}$  et de prendre la somme pour déduire

$$\left[ \begin{array}{c|c} R_{\mathbf{y}\mathbf{y},M-1}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] = \sum_{k=0}^{\infty} Z^{mk} \{ \mathbf{P}_r^H \sigma_r^{-2} \mathbf{P}_r - \mathbf{P}_p^H \sigma_p^{-2} \mathbf{P}_p \} (Z^{mk})^H \quad (5.15)$$

et la formule de Gohberg  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} = \mathbf{L}_r \mathbf{D}_r^{-1} \mathbf{L}_r^H - \mathbf{L}_p \mathbf{D}_p^{-1} \mathbf{L}_p^H$  où  $\mathbf{D}_r = I_M \otimes \sigma_r^2$ ,  $\mathbf{D}_p = I_M \otimes \sigma_p^2$  et

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} I_m & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ P_{r,1}^H & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \\ P_{r,N_{AR}}^H & & & & & \vdots \\ 0 & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & P_{r,N_{AR}}^H & \cdots & P_{r,1}^H & I_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_p = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & & & \\ P_{p,N_{AR}}^H & & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ P_{p,1}^H & \cdots & P_{p,N_{AR}}^H & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Avec cette approximation de  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}$  pour un ordre fixé  $N_{AR}$ , on peut minimiser l'un des critères (5.2 ou 5.1). Toutefois, nous préférons calculer l'estimateur de MV d'un modèle à moyenne mobile qui correspond à notre modèle de données.

### Estimateur de MV approché

Considérons le critère (5.1) et la décomposition de la d.s.p. comme  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(z) = Q(z)dQ^\dagger(z)$  où  $Q(z) = P^{-1}(z)\mathbf{1}$ ,  $\sigma^2 = \text{Id}^H$ , et  $P(z)$  et  $\sigma^2$  sont les quantités de prédiction linéaire (progressive ou retrograde). La matrice de covariance est donnée par  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathcal{T}_M(\mathbf{Q})\mathcal{T}_{M+N-1}(\mathbf{d})\mathcal{T}_M^H(\mathbf{Q})$  où  $\mathbf{Q} = [Q_0 Q_1 \cdots Q_{N-1}]$  et  $Q_0 = 1$ . Soit la décomposition

$$R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = [U_1 | L_1] \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{D}_1 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{D}_2 \end{array} \right] \begin{bmatrix} U_1^H \\ L_1^H \end{bmatrix} = U_1 \mathbf{D}_1 U_1^H + L_1 \mathbf{D}_2 L_1^H \quad (5.17)$$

où  $\mathcal{T}_M(\mathbf{Q}) = [U_1 | L_1]$  et  $U_1$  est une matrice triangulaire supérieure dont la diagonale est unitaire. On pose  $\mathbf{W} = U^{-1}\mathbf{Y}$  et  $F \triangleq (\mathbf{D}_1 + U_1^{-1}L_1\mathbf{D}_2L_1^H U_1^{-H})^{-1}$  et on vérifie que  $\det(R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}) = \det(F)$ . Afin d'établir une expression approchée pour  $\mathbf{D}$ , nous supposons que la matrice  $\mathbf{D}_2$  est constante. Cette hypothèse peut être vérifiée en comparant les bornes de Cramer-Rao correspondant aux cas où  $\mathbf{D}_2$  est connue ou estimée. En prenant la dérivée du critère (5.1) et en posant  $X \triangleq (I_{mM} + U_1^{-1}L_1\mathbf{D}_2L_1^H U_1^{-H} \mathbf{D}_1^{-1})^{-1}$ , nous déduisons

$$\mathbf{d}_i = \frac{\mathbf{W}^H X^H \mathcal{T}_M \left( \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial d_i} \right) X \mathbf{W}}{\text{tr} \left[ X \mathcal{T}_M \left( \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial d_i} \right) \right]}, \quad \mathbf{d}_i = d_{ii}. \quad (5.18)$$

Quant à l'estimation de  $\mathbf{Q}$ , qui contient  $(N-1)m^2 + \frac{m(m-1)}{2}$  paramètres complexes, nous avons négligé le terme du déterminant devant celui de la moyenne dans le critère (5.1). Ainsi, on

peut vérifier que l'estimation de  $\overline{vec}(\mathbf{Q})$  devient découplée de celle de  $\overline{vec}(\mathbf{Q}^*)$  où l'opérateur  $\overline{vec}$  est celui qui transforme une matrice en un vecteur en ignorant la partie non significative (il s'agit ici du triangle supérieur de  $Q_0$ ). Nous estimons les paramètres  $\theta = \overline{vec}(\mathbf{Q})$  par la méthode itérative de scoring. Soit le développement de Taylor au second ordre d'une fonction non-linéaire  $\mathcal{L}'(\theta)$

$$\mathcal{L}'^{(i)} \approx \mathcal{L}'^{(i-1)} + \frac{1}{2} [\Delta\theta^T | \Delta\theta^H] \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial\theta} (\frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta})^H & \frac{\partial}{\partial\theta} (\frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta^*})^H \\ \frac{\partial}{\partial\theta^*} (\frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta})^H & \frac{\partial}{\partial\theta^*} (\frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta^*})^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta^* \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + [\Delta\theta^T | \Delta\theta^H] \begin{bmatrix} \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta} \\ \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta^*} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

où  $[\Delta\theta^T | \Delta\theta^H] = [\theta^{T(i)} | \theta^{H(i)}] - [\theta^{T(i-1)} | \theta^{H(i-1)}]$ . Comme l'évaluation du hessien en  $\theta = \theta^{(i-1)}$  ne garantit pas toujours une matrice définie positive, des instabilités numériques peuvent apparaître. La méthode de scoring propose de remplacer l'hessien par son espérance [Kay93]. Ainsi, les paramètres à l'itération  $i$  sont calculés dans notre cas par la formule

$$\theta^{(i)} = \theta^{(i-1)} - \left\{ \left[ \mathbb{E} \frac{\partial}{\partial\theta^*} \left( \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta^*} \right)^H \right]^{-1} \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial\theta^*} \right\}_{\theta=\theta^{(i-1)}} \quad (5.20)$$

$\theta = \overline{vec}(\mathbf{Q})$  et  $\mathcal{L}' = \mathbf{Y}^H U_1^{-H} (\mathbf{D}_1 + U_1^{-1} \mathbf{L}_1 \mathbf{D}_2 \mathbf{L}_1^H U_1^{-H})^{-1} U_1^{-1} \mathbf{Y}$ .

#### Algorithme

1. résoudre les équations normales pour un ordre  $N_{AR} > N - 1$ ; résoudre  $P(z)Q'(z) \approx I_m$  et calculer  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{d}$  et  $Q(z) = Q'(z)\mathbf{l}$ .
2. évaluer  $\mathbf{d}$  par (5.18)
3. faire scoring (5.20) pour les paramètres de  $\mathbf{Q}$
4. alterner les étapes 2 et 3 jusqu'à la convergence.

#### **Méthode itérative approchée**

Considérons dans cette section la dérivation d'une méthode itérative à partir du critère simplifié  $\mathcal{L}' = \mathbf{Y}^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{Y}$  où  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathbf{L}_M \mathbf{D}_M \mathbf{L}_M^H$  et

$$\mathbf{L}_M = \left[ \frac{R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N-1}^{1/2} (I_{N-1} \otimes \sigma_p^{-1}) 0 \cdots 0}{\mathcal{T}_{M-N+1}(\mathbf{Q}')} \right], \quad D_M = I_M \otimes \sigma_p^2, \quad \mathbf{Q}' = [Q'_{N-1} \cdots Q'_1 I_m], \quad (5.21)$$

$R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N-1}$  est une matrice bloc-Toeplitz. Nous calculons les quantités  $P_p^{(0)}(z)$  et  $\sigma_p^{2,(0)}$  pour un ordre  $N_{AR} > N$  et nous résolvons  $P_p^{(0)}(z)Q'^{(0)}(z) \approx I_m$ . La  $j$ ème itération de l'algorithme est décrite par

$$1. \begin{cases} \mathbf{X}_{N-1}^{(j)}(1) = (I_{N-1} \otimes \sigma_p^{1,(j-1)}) R_{\mathbf{y}\mathbf{y},N-1}^{-1/2} \mathbf{Y}_{N-1}(1) \\ \mathbf{x}_k^{(j)} = \mathbf{y}_k - \sum_{i=1}^{N-1} Q_i'^{(j-1)} \mathbf{x}_{k-i}^{(j)}, \quad k \geq N \end{cases}$$

2. calculer  $Q^{(j)} = \arg \min_{Q'_i} \sum_{k \geq N} \left\| \mathbf{y}_k - \sum_{i=1}^{N-1} Q'_i \mathbf{x}_{k-i}^{(j)} \right\|^2$
3. calculer  $\sigma_p^{2,(j)} = \frac{1}{M-N+1} \sum_{k=N}^M (\mathbf{y}_k - \sum_{i=1}^{N-1} Q_i^{(j)} \mathbf{x}_{k-i}^{(j)}) (\mathbf{y}_k - \sum_{i=1}^{N-1} Q_i^{(j)} \mathbf{x}_{k-i}^{(j)})^H$

Nous avons remarqué des problèmes d'instabilité de cet algorithme après un nombre d'itérations supérieur à dix.

### Estimation d'une matrice de covariance paramétrée par un ensemble de paramètres (physiques)

L'ensemble de paramètres (physiques) de la matrice de covariance est formé par les canaux de tous les utilisateurs et la variance du bruit thermique. L'initialisation est un problème d'identification (de canal) aveugle multi-entrée multi-sortie. Dans la littérature, deux méthodes gaussiennes permettent l'identification des canaux à un mélange instantané près [Gor97b, DS99]. Ensuite, il faut utiliser un algorithme itératif (du type scoring) pour converger vers un minimum (local en général). Nous proposons une version rapide pour scoring dans laquelle la matrice d'information de Fisher (MIF) est plus structurée et elle est aisément calculée. Considérons le critère (5.1) où  $\mathbf{Y} = \mathcal{T}D + N$ ,  $\mathcal{T} = [\mathcal{T}_1 \cdots \mathcal{T}_{N_u}]$ ,  $\mathcal{T}_i$  est une matrice bloc-Toeplitz dont la première ligne bloc est  $[\mathbf{h}_{N_i-1} \cdots \mathbf{h}_0 \ 0_{m,(M-1)}]$ ,  $D = [D_1^T \cdots D_{N_u}^T]^T$ ,  $D_i = [d_{i,2-N_i} \cdots d_{i,M}]^T$  et le vecteur de paramètres  $\theta = [h^T, \sigma_n^2]^T$  où  $h = [\mathbf{h}_{1,0}^T \cdots \mathbf{h}_{1,N_1-1}^T, \cdots, \mathbf{h}_{N_u,0}^T \cdots \mathbf{h}_{N_u,N_{N_u}-1}^T]^T$ . Notons par  $h_r$  et  $h_i$  respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de  $h$  et rappelons les formules de la dérivée par rapport à un vecteur complexe [Kay93]

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_r} + j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_i} \right), \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_r} - j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_i} \right). \quad (5.22)$$

On peut vérifier que les matrices  $J_r = \begin{bmatrix} J_{h_r h_r} & J_{h_r h_i} \\ J_{h_i h_r} & J_{h_i h_i} \end{bmatrix}$  et  $J_c = \begin{bmatrix} J_{hh} & J_{hh^*} \\ J_{h^*h} & J_{h^*h^*} \end{bmatrix}$  sont

liées par  $J_r = \begin{bmatrix} I_s & I_s \\ jI_s & -jI_s \end{bmatrix} J_c \begin{bmatrix} I_s & -jI_s \\ I_s & jI_s \end{bmatrix}$ , où  $s = m \sum_{i=1}^{N_u} N_i$ . Un bloc de  $J_r$  (resp.  $J_c$ ) est calculé, pour des vecteurs de paramètres  $u$  et  $v$  réels (resp. complexes), comme  $J_{uv} = \mathbb{E}[\nabla_u (\nabla_v \mathcal{L})^T]$  (resp.  $J_{uv} = \mathbb{E}[\nabla_u (\nabla_v \mathcal{L})^H]$ ). Soit pour le  $(k, l)$ ème terme les expressions

$$\begin{aligned} (J_{hh})_{k,l} &= \text{tr} \left[ R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \frac{\partial R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_k} R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \left( \frac{\partial R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_l} \right)^H \right] = \sigma_d^4 \text{tr} \left[ R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathcal{T}_k \mathcal{T}^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathcal{T}_l^H \right] \\ (J_{hh^*})_{k,l} &= \text{tr} \left[ R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \frac{\partial R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_k} R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \left( \frac{\partial R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_l^*} \right)^H \right] = \sigma_d^4 \text{tr} \left[ R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathcal{T}_k \mathcal{T}^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathcal{T}_l \mathcal{T}^H \right], \end{aligned} \quad (5.23)$$

$\mathcal{T}_k = \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial h_k}$  est la matrice  $\mathcal{T}$  dont les coefficients sont égaux à un aux positions du paramètre  $h_k$  et zéro ailleurs. Le calcul de  $s(s+1)$  termes est suffisant pour la spécification de  $J_c$  dont les blocs vérifient  $J_{hh} = J_{hh}^H$ ,  $J_{hh^*} = J_{hh^*}^T$ ,  $J_{h^*h^*} = J_{h^*h^*}^T$  et  $J_{h^*h} = J_{hh^*}^*$ . D'autre part, on peut vérifier que  $J_{\sigma_n^2 h} = J_{\sigma_n^2 h^*}^* = \sigma_d^2 \text{tr}[\mathcal{T}_k^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-2} \mathcal{T}]$  et que  $J_{\sigma_n^2 \sigma_n^2} = \text{tr}[R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-2}] = \sum_i \lambda_i^{-2}$  où  $\lambda_i$  est la

ième valeur propre de  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$ . L'extension de l'estimation paramétrique pour certaines classes de bruit non gaussien a été considérée dans [WJ93].

### Approximations asymptotiques

Considérons le cas où la longueur  $M$  du paquet reçu tend vers l'infini. Le terme  $\mathbf{Y}^H R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{Y}$  est approximé par  $\mathbf{y}^\dagger(z) S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{y}(z)$  où  $\mathbf{y}(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \mathbf{y}_k z^{-k}$  et  $\mathbf{y}^\dagger(z) = \mathbf{y}^H(z^{-*})$  alors que le second terme de (5.1) vérifie  $\ln \det R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \ln \prod_i \lambda_i = \sum_i \ln \lambda_i \xrightarrow{M \rightarrow \infty} \frac{M}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \ln \det S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  où  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \sigma_d^2 \mathbf{h}\mathbf{h}^\dagger + \sigma_n^2 I_m$  et  $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1 \cdots \mathbf{h}_{N_u}]$ . On peut vérifier que

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(z)\mathbf{y}^\dagger(z) &= \sum_k \mathbf{y}_k z^{-k} \sum_l \mathbf{y}_l^H z^l = \sum_k \sum_l \mathbf{y}_k \mathbf{y}_l^H z^{-(k-l)} = \sum_k \sum_{\hat{m}} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_{k-\hat{m}}^H z^{-\hat{m}} \\ &= \sum_m z^{-m} \sum_k \mathbf{y}_k \mathbf{y}_{k-m}^H = M \sum_m \hat{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(m) z^{-m} = M \hat{S}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(z), \end{aligned} \quad (5.24)$$

et approximer (5.1) par  $\hat{\mathcal{L}}(h) = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{L}(z)$  où  $\mathbf{L}(z) = \mathbf{y}^\dagger(z) S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{y}(z) + M \ln \det S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$ . Un bloc de la matrice  $J_c$  est approximé par  $J_{uv} = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{E}[\nabla_u (\nabla_v \hat{\mathcal{L}})^\dagger]$  et les expressions (5.23) sont approximées par [Whi53]

$$\begin{aligned} (J_{hh})_{k,l} &= \frac{M}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \text{tr} [S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \frac{\partial S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_k} S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} (\frac{\partial S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_l})^\dagger] = \frac{M \sigma_d^4}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \text{tr} [S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^\dagger S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{h}_l \mathbf{h}_l^\dagger] \\ (J_{hh^*})_{k,l} &= \frac{M}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \text{tr} [S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \frac{\partial S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_k} S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} (\frac{\partial S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial h_l^*})^\dagger] = \frac{M \sigma_d^4}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \text{tr} [S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^\dagger S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{h}_l \mathbf{h}_l^\dagger] \end{aligned} \quad (5.25)$$

$\mathbf{h}_i(z)$  est la matrice  $\mathbf{h}(z)$  contenant un à la position du paramètre  $h_k$  et des zéros ailleurs.

La spécification de  $J_{hh}$  ou  $J_{hh^*}$  nécessite le calcul de  $s + N_u m \frac{m-1}{2} + m \sum_{j=1}^{N_u-1} [\sum_{i=j+1}^{N_u} N_i +$

$\sum_{i=1}^{N_u-j} N_i - N_u + j]$  termes puisque la matrice  $J_{hh}$  est devenue bloc-Toeplitz et la matrice  $J_{hh^*}$  est devenue bloc-hankel [Tri99]. L'avantage de cette approximation est la manipulation de matrices de taille réduite ( $\ll m M$ ). L'inverse du spectre  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  peut être approximé par des FRIF ( $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \approx \mathbf{P}^\dagger(z) \sigma_{\hat{\mathbf{y}}}^{-2} \mathbf{P}(z)$ ) ayant pour ordre (pratique) un multiple (4 ou 5) de l'ordre maximal des canaux. Dans le cas mono-utilisateur ( $N_u = 1$ ), l'approximation n'est plus nécessaire du moment où on peut trouver une expression analytique de  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}$  et l'évaluation des termes de  $J_{hh}$  ou  $J_{hh^*}$  est simplifiée par le calcul de quelques résidus [Mer95].

## 5.1.4 Ajustement de covariances

Afin d'éviter les méthodes complexes de MV tout en gardant leurs propriétés asymptotiques, la méthode des moments a été proposée [FP90, Por93, GH97]. L'idée de cette méthode est de travailler sur des statistiques réduites contenant une information suffisante sur l'ensemble de paramètres à estimer [Por93]. L'utilisation de cette méthode trouve sa justification par exemple, dans le cas d'un bruit non gaussien puisque le critère de MV n'est plus optimal.

En se limitant aux statistiques du second ordre, la méthode des moments consiste à résoudre un problème de moindres carrés entre les vraies covariances  $\mathcal{R}(\alpha) = [r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0)r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(1) \cdots r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(M' - 1)]$  et les covariances estimées  $\widehat{\mathcal{R}}(\alpha) = [\widehat{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0)\widehat{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(1) \cdots \widehat{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(M' - 1)]$ . En utilisant les notations  $r(\alpha) = \overline{\text{vec}}(\mathcal{R}(\alpha))$  et  $\widehat{r} = \overline{\text{vec}}(\widehat{\mathcal{R}})$ , le critère d'ajustement de moments ou d'ajustement de covariances est donné par  $\min_{\alpha} (\widehat{r} - r(\alpha))^H \mathcal{W}^{-1} (\widehat{r} - r(\alpha))$  où  $\mathcal{W}$  est une matrice de pondération dont la valeur optimale est  $\mathcal{W}^o = E[(\widehat{r} - r(\alpha^o))(\widehat{r} - r(\alpha^o))^H]$ ,  $\alpha^o$  est l'ensemble des vrais paramètres. L'opérateur  $\overline{\text{vec}}$  ignore dans le cas réel la partie triangulaire inférieure de  $r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0)$ . Dans le cas complexe, il faut considérer la diagonale de  $r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0)$  et la partie réelle et imaginaire de  $\overline{\text{vec}}(\cdot)$  comme paramètres réels et l'opérateur  $\overline{\text{vec}}$  ignore par rapport au cas réel la diagonale de  $r_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(0)$ . Nous rappelons l'écriture linéaire de  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(\alpha) = \sum_i \alpha_i E_i$  (§5.1.1) et le critère d'ajustement de covariances (AC) pondéré [FV89, Gor97a]

$$\mathcal{L}_{AC}(\alpha) = \text{tr}(\mathcal{W}^{-1} \widetilde{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} \mathcal{W}^{-1} \widetilde{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}), \quad \widetilde{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(\alpha) - \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}. \quad (5.26)$$

L'expression de la dérivée du critère par rapport à un paramètre réel  $\alpha_i$ :  $\frac{\partial \mathcal{L}_{AC}}{\partial \alpha_i} = 2\text{tr}[\mathcal{W}^{-1} E_i \mathcal{W}^{-1} \widetilde{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}] = 2 \sum_j \alpha_j \text{tr}[\mathcal{W}^{-1} E_i \mathcal{W}^{-1} E_j] - 2\text{tr}[\mathcal{W}^{-1} E_i \mathcal{W}^{-1} \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}] = 2 \sum_j \alpha_j J_{ij} - 2G_i$  implique que la solution optimale est donnée par  $\widehat{\alpha} = J^{-1}G$ . Toutefois, la matrice  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(\widehat{\alpha})$  n'est pas garantie d'être définie positive. Notons que nous pouvons incorporer dans cette méthode la connaissance a priori du filtre de mise en forme (chapitre 6) afin de réduire le nombre de paramètres à estimer. Dans ce cas, nous estimons la variance du bruit thermique  $\sigma_n^2$  et un ensemble de paramètres équivalent à la séquence de corrélations de la sortie d'un filtre linéaire (canaux de propagation de tous les utilisateurs) existé par toutes les séquences transmises.

## 5.2 Méthodes d'estimation de canal

Considérons dans cette section le problème d'estimation du canal d'un utilisateur donné par des méthodes de MV et des approches sous-optimales.

### 5.2.1 Méthodes déterministes

Les symboles de l'utilisateur considéré sont supposés être des paramètres déterministes. Le vecteur de paramètres  $\theta$  contient l'ensemble des symboles inconnus  $D_u = \mathcal{P}_u D$  où  $\mathcal{P}_u$  est une matrice de sélection de rang ligne plein, le canal  $h$  et un vecteur  $r$  contenant un ensemble de paramètres équivalent à  $\overline{\text{vec}}(r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(0 : N' - 1))$ . La méthode de MV déterministe (MVD) minimise le critère

$$\mathcal{L}(\theta) = (\mathbf{Y} - \mathcal{T}D)^H R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathcal{T}D) + \ln \det R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}. \quad (5.27)$$

Dans le cas complexe,  $\theta = [D_u^T D_u^H h^T h^H r_1^T r_2^T r_2^H]^T$ ,  $r_1$  et  $r_2$  contiennent respectivement les paramètres réels et complexes de  $r$ . Dans le cas réel,  $\theta = [D_u^T h^T r^T]^T$ . La minimisation du critère

(5.27) par rapport aux symboles inconnus  $D_u$  permet d'obtenir  $\hat{D}_u = (\mathcal{T}_u^H R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \mathcal{T}_u)^{-1} \mathcal{T}_u^H R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k)$ , qui insérée dans (5.27) permet d'écrire [SP95]

$$\mathcal{L}'(\theta') = \|P_{R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \mathcal{T}_u}^\perp R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} (\mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k)\|^2 + \ln \det R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}, \quad (5.28)$$

$\theta' = [h^T h^H r_1^T r_2^T r_2^H]^T$  (resp.  $[h^T r^T]^T$ ) dans le cas complexe (resp. réel),  $\mathcal{T}_k$  contient les colonnes de  $\mathcal{T}$  correspondant aux symboles connus  $D_k$  et  $\mathcal{T}_u$  est le reste de la matrice  $\mathcal{T}$  ( $\mathcal{T} D = \mathcal{T}_k D_k + \mathcal{T}_u D_u$ ).

### Borne de Cramer-Rao

La borne de Cramer-Rao (BCR) est la borne inférieure de la matrice de covariance de l'erreur d'estimation de tout estimateur non biaisé et, elle est donnée par l'inverse de la matrice d'information de Fisher (MIF). Dans le cas complexe, la MIF est définie par  $J_{\theta\theta} = E[\frac{\partial}{\partial\theta} (\frac{\partial \mathcal{L}(\theta)}{\partial\theta})^H]$  alors qu'il suffit de remplacer  $^H$  par  $^T$  dans le cas réel [Kay93]. L'expression générale du  $(i, j)$ ème terme de  $J_{\theta\theta}$  est donnée, dans le cas des problèmes considérés dans ce rapport en faisant l'hypothèse que le signal reçu est gaussien de moyenne  $\mathbf{m}(\theta)$ , où  $\theta$  est le vecteur de paramètres réels et complexes, et de matrice de covariance  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(\theta)$  (c.a.d.  $\mathbf{Y} \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}(\theta), C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}(\theta))$ ), par ([Sch91] dans le cas réel)

$$\begin{aligned} J_{\theta\theta}(i, j) &= E[\frac{\partial}{\partial\theta_i} (\frac{\partial \mathcal{L}(\theta)}{\partial\theta_j})^H] \\ &= \text{tr}[C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \frac{\partial C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial\theta_i} C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} (\frac{\partial C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}{\partial\theta_j})^H] + (\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial\theta_j})^H C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial\theta_i} + \frac{\partial \mathbf{m}^H}{\partial\theta_i} C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} (\frac{\partial \mathbf{m}^H}{\partial\theta_j})^H. \end{aligned} \quad (5.29)$$

### Modèle autorégressif du bruit coloré

La modélisation des interférences et du bruit thermique par un modèle AR est classique dans la littérature [Cad89, NK93]. Cette modélisation devient exacte [Slo94a] dans le cas multivoie et en absence du bruit thermique. En utilisant la notation  $\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(q) d_k + P^{-1}(q) \mathbf{v}_k$ , le critère (5.27) sera équivalent à

$$\min_{d_k, P, \mathbf{c}} \sum_k \|P(q) \mathbf{y}_k - \mathbf{c}(q) d_k\|_{\sigma_{\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}}^2}^2 + M \ln \det \sigma_{\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}}^2 \quad (5.30)$$

qui a la forme d'un récepteur de Forney si  $P(z)$  et  $\mathbf{c}(z) = P(z) \mathbf{h}(z)$  sont fixés [Asz99]. L'estimation conjointe de ces quantités et de  $\sigma_{\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}}^2$  par une séquence d'apprentissage a été proposée dans [AO98b]. L'amélioration de la qualité d'estimation de  $P(z)$  et  $\mathbf{c}(z)$  ou la probabilité d'erreur des symboles par une approche bilinéaire (critère des moindres carrés généralisé [SS89]) n'est pas significative.

Nous avons proposé pour résoudre le critère de MVD une méthode bilinéaire, plus complexe et moins performante, qui se repose sur les mêmes hypothèses et qui prend la même initialisation que la méthode précédente. Soit  $R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{L}$  où  $\sigma_{\tilde{\mathbf{v}}\tilde{\mathbf{v}}}^2 = \text{ldl}^H$ ,

$$\mathbf{D}^{-1/2} = \left[ \begin{array}{c|c} I_{m N_{AR}} & 0 \\ \hline 0 & I_{M-N_{AR}} \otimes \mathbf{d}^{-1/2} \end{array} \right], \quad \mathbf{L} = \left[ \begin{array}{c} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}, N_{AR}}^{-1/2} 0 \cdots 0 \\ \hline \mathcal{T}_{M-N_{AR}}(\mathbf{P}'_p) \end{array} \right], \quad \mathbf{P}'_p = \mathbf{I}^{-1} \mathbf{P}_p. \quad (5.31)$$

et la  $i$ ème itération:

1.  $h^i = [\mathcal{D}^{i-1H} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1, i-1} \mathcal{D}^{i-1}]^{-1} \mathcal{D}^{i-1H} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1, i-1} \mathbf{Y}$  où  $\mathcal{T}(\mathbf{H}^i) \mathcal{D}^{i-1} = \mathcal{T}^i \mathcal{D}^{i-1} = \mathcal{D}^{i-1} h^i$
2.  $D_u^i = [\mathcal{T}_u^{iH} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1, i-1} \mathcal{T}_u^i]^{-1} \mathcal{T}_u^{iH} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1, i-1} (\mathbf{Y} - \mathcal{T}_k^i D_k^i)$
3.  $\mathbf{E}^i = \mathbf{Y} - \mathcal{T}^i D^i + \mathcal{T}_u^i [\mathcal{T}_u^{iH} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1, i-1} \mathcal{T}_u^i]^{-1} \mathcal{T}_u^{iH} R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1, i-1} \mathbf{V}^{i-1}$
4.  $\mathbf{P}'^i = \arg \min_{\mathbf{P}'^i} \|R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2, i} \mathbf{E}^i\|^2$
5.  $\mathbf{V}^i = \mathbf{E}^i$

L'inconvénient majeur de cette méthode est sa convergence lente (vers un minimum local). Afin d'accélérer la convergence de la méthode bilinéaire (en  $D$  et  $h$ ,  $R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  étant connue), l'exploitation de l'alphabet fini a été considérée dans [Ses90, TVP96]. Toutefois, plusieurs minima locaux viennent s'ajouter à la fonction de coût. Les décisions douces proposées dans [ADN99] présentent l'avantage d'éviter ces nouveaux minima locaux et de converger vers le minimum global dans le cas sans bruit.

## 5.2.2 Méthodes gaussiennes

A part l'hypothèse gaussienne sur le bruit  $\mathbf{v}_k$ , la méthode de MV gaussien (MVG) considère que les symboles émis  $D$  sont gaussiens de moyenne  $D^\circ$  et ayant pour matrice de covariance  $C_{dd}$  ( $D \sim \mathcal{N}(D^\circ, C_{dd})$ ) et sont indépendants de  $\mathbf{V}$  ( $\sim \mathcal{N}(0, R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$ ). On suppose que les variables aléatoires complexes sont circulaires. Soit  $D = \mathcal{P} [D_k^{\circ T} D_u^{\circ T}]^T$  où  $D_k^\circ$  est la séquence d'apprentissage et  $\mathcal{P}$  est une matrice de permutation qui prend en compte le fait que l'emplacment des symboles de la séquence d'apprentissage n'est pas restreint au début du paquet. Donc,  $D^\circ = \mathcal{P} \begin{bmatrix} D_k^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$  et  $C_{dd} = \mathcal{P} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{D_u D_u} \end{bmatrix} \mathcal{P}^H = \mathcal{P} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_d^2 I \end{bmatrix} \mathcal{P}^H$ . La relation entre la matrice de corrélation  $R_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  et la matrice de covariance  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est donnée, en utilisant la notation  $\mathcal{T}D = \mathcal{T}_k D_k + \mathcal{T}_u D_u = \mathcal{T}_k D_k^\circ + \mathcal{T}_u D_u$ , par  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathcal{T}_u R_{D_u D_u} \mathcal{T}_u^H + R_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - (\mathcal{T}_k D_k^\circ) (\mathcal{T}_k D_k^\circ)^H$ . Le critère de MVG est bien connu en traitement d'antenne sous le nom de MV stochastique [VON95] et son application à l'identification de canal a été proposée dans [Bap96, CS97, TS97c, TS97b]. Ce critère, qui minimise la fonction de coût

$$\mathcal{L}(\theta) = (\mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k^\circ)^H C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k^\circ) + \ln \det C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}, \quad (5.32)$$

a été introduit pour remédier à l'inconsistance de l'estimation conjointe des paramètres par (5.27). Si au moins un des interféreurs a une réponse impulsionnelle plus longue que  $NT$  (c.a.d.  $N' \geq N$ ), alors il faut remplacer  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \sigma_d^2 \mathcal{T}_u \mathcal{T}_u^H + R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  par  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 \mathcal{T}_k \mathcal{T}_k^H$  où  $\bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathbb{E}_{D_k^\circ} R_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \sigma_d^2 \mathcal{T} \mathcal{T}^H + R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  qui est une matrice bloc-Toeplitz et bande (On a supposé que  $R_{D_k D_k} = \sigma_d^2 I$  et que  $D_k^\circ$  est indépendant de  $D_u$ ). L'ensemble de paramètres équivalent à  $(h, \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}})$  résoud le problème d'inconsistance du critère (5.27) dû à l'utilisation d'un ensemble de paramètres équivalent à  $(h, R_{\mathbf{v}\mathbf{v}})$ . Si le paquet du signal reçu est suffisamment long alors on

peut négliger les erreurs d'estimation et supposer que  $\bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est connue. Asymptotiquement, le nombre de symboles inconnus peut être infini alors que celui de la séquence d'apprentissage doit être fini. On peut vérifier que la matrice d'information de Fisher est régulière, et par conséquent on aura l'identification de tous les paramètres, si au moins un symbole est connu. En considérant le lemme d'inversion matricielle, sur la matrice partitionnée  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  [Kay93], on peut démontrer que l'information aveugle additionnelle disparaît quand la longueur du paquet tend vers l'infini. Nous avons vérifié par simulations que la borne de Cramer-Rao est constante pour une séquence d'apprentissage fixée mise au milieu d'un paquet de longueur variable. Cette constatation montre que l'information utile à l'identification du canal est concentrée autour de la séquence d'apprentissage. Pour cette raison, la minimisation de (5.32) ne peut pas être qualifiée d'un problème d'identification de canal semi-aveugle dans le cas où  $\bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est connue (estimée indépendamment des autres paramètres). L'estimation aveugle du canal d'un utilisateur donné, en présence d'un bruit coloré arbitraire, est généralement impossible. Toutefois, l'identification devient possible dans le cas particulier où les canaux des interféreurs ne s'étalent pas sur plus qu'une période de symboles [MLM94] et dans le cas où le bruit coloré résulte du filtrage à moyenne mobile d'un bruit gaussien spatialement et temporellement blanc [AS98]. Dans ce dernier cas (c.a.d. en absence des interféreurs), les blocs de la matrice  $R_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  sont Toeplitz.

### Performance des méthodes gaussiennes

Définissons la BCR normalisée (BCRN) par le rapport de la trace de l'inverse de la MIF sur l'énergie des paramètres à estimer et analysons le cas simple de  $N = N' = 1$ . Supposons qu'un paquet contient  $M_k$  symboles connus (séquence d'apprentissage) et  $M_u$  symboles d'information (inconnus) tel que  $M_k + M_u = M$ . Considérons tout d'abord le problème d'estimation de canal dans le cas où  $\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est connue. Le critère (5.32) se simplifie en

$$\mathcal{L}_1 = \text{tr}\{(\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 h h^H)^{-1} \sum_{k=1}^{M_k} (\mathbf{y}_k - h d_k)(\mathbf{y}_k - h d_k)^H\} + M_k \ln \det(\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 h h^H). \quad (5.33)$$

On peut vérifier que  $J_{h^* h^*} = \frac{\sigma_d^2 M_k}{1 - \sigma_d^2 h^H \bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} h} (\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 h h^H)^{-1}$ ,  $J_{h h^*} = \sigma_d^4 M_k (\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 h h^H)^{-T} h^* h^H (\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 h h^H)^{-1}$ , et par conséquent la borne sur les coefficients complexes de  $h$

$$\text{BCRN} = \frac{\text{tr}(J_c^{-1})}{\|h\|^2} = \frac{2(1 - \sigma_d^2 h^H \bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} h)}{\sigma_d^2 M_k} \left[ \frac{\text{tr}(\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}})}{h^H h} - \frac{\sigma_d^2}{1 + \sigma_d^2 h^H \bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} h} \right] \quad (5.34)$$

La borne sur les coefficients réels de  $h$  est donnée par  $\text{BCRN}_r = \frac{\text{BCRN}}{2}$ . L'information aveugle sert à estimer  $\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  et l'information de la séquence d'apprentissage, qui sert à l'estimation de  $h$ , provient aussi bien du numérateur  $\sum_k \|\mathbf{y}_k - h d_k\|^2$  que du dénominateur  $\bar{r}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 h h^H$ . Dans le cas où  $r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  est connue, il faut considérer le critère simplifié

$$\mathcal{L}_2 = \sum_{k=1}^{M_k} (\mathbf{y}_k - h d_k)^H r_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} (\mathbf{y}_k - h d_k) + \sum_{k=M_k+1}^M \mathbf{y}_k^H (r_{\mathbf{v}\mathbf{v}} + \sigma_d^2 h h^H)^{-1} \mathbf{y}_k + M_u \ln \det(r_{\mathbf{v}\mathbf{v}} + \sigma_d^2 h h^H). \quad (5.35)$$

De même, on peut vérifier que  $J_{h^*h^*} = (\sigma_d^2 M_k + \sigma_d^4 M_u h^H \bar{r}^{-1} h) \bar{r}^{-1} + \frac{\sigma_d^4 M_k}{1 - \sigma_d^2 h^H \bar{r}^{-1} h} \bar{r}^{-1} h h^H \bar{r}^{-1}$ ,  
 $J_{hh^*} = \sigma_d^2 M_u \bar{r}^{-T} h^* h^H \bar{r}^{-1}$  et par conséquent la borne sur les coefficients complexes de  $h$

$$\text{BCRN} = \frac{2 \left[ \frac{\text{tr}(r \mathbf{v} \mathbf{v})}{h^H h} + \sigma_d^4 \frac{M_u}{M_k} h^H \bar{r}^{-1} h (1 - \sigma_d^2 h^H \bar{r}^{-1} h) \frac{M_k + M_u (1 - \sigma_d^2 h^H \bar{r}^{-1} h)}{M_k + 2 \sigma_d^2 M_u h^H \bar{r}^{-1} h (1 - \sigma_d^2 h^H \bar{r}^{-1} h)} \right]}{\sigma_d^2 M_k + \sigma_d^4 M_u h^H \bar{r}^{-1} h}. \quad (5.36)$$

Afin d'établir facilement cette formule, il faut écrire que la MIF ( $J_c$ ) est la somme d'une matrice bloc-diagonale et d'une matrice de rang un. A partir de la formule (5.36), il est clair que l'information aveugle aide à l'estimation du canal. Toutefois, l'apport de cette information devient négligeable lorsque  $\frac{M_u}{M_k} \rightarrow 0$  où on retrouve le résultat classique du critère de moindres carrés pondéré optimalement:  $\text{BCRN} = \frac{\text{tr}(C_{\bar{h}\bar{h}})}{h^H h} = \frac{2 \text{tr}(r \mathbf{v} \mathbf{v})}{\sigma_d^2 M_k h^H h}$ . Asymptotiquement, l'information aveugle est finie du moment où  $\text{BCRN} \xrightarrow{\frac{M_u}{M_k} \rightarrow \infty} \frac{1}{\sigma_d^2 M_k h^H \bar{r}^{-1} h}$ . Remarquons qu'en absence des interféreurs ( $r \mathbf{v} \mathbf{v} = \sigma_v^2 I_m$ ), le rapport entre cette borne et celle correspondant au critère de MC optimalement pondéré ( $\frac{M_u}{M_k} \rightarrow 0$ ) est égal au nombre de paramètres réels à estimer ( $2m$ ). Ainsi, l'information aveugle additionnelle peut améliorer l'estimation du canal et la qualité de la réception d'une manière significative. Toutefois, et afin d'avoir une estimée raisonnable, il faut éviter que la longueur de la séquence d'apprentissage soit une fonction particulière<sup>1</sup> de la longueur de la séquence transmise  $M_u$  par paquet.

### Critère de moindres carrés optimalement pondéré

La résolution du critère (5.32) est un problème d'optimisation non linéaire sous des contraintes matricielles quadratiques. Afin de simplifier ce problème, en rendant les contraintes linéaires, il faut appliquer le lemme de complément de Schur [BGFB94]

$$\bar{R} \mathbf{y} \mathbf{y} > 0 \text{ et } C \mathbf{y} \mathbf{y} = \bar{R} \mathbf{y} \mathbf{y} - \sigma_d^2 \mathcal{T}_k \mathcal{T}_k^H > 0 \iff \begin{bmatrix} \bar{R} \mathbf{y} \mathbf{y} & \mathcal{T}_k \\ \mathcal{T}_k^H & \sigma_d^2 I_{m(M+N-1)} \end{bmatrix} > 0. \quad (5.37)$$

Toutefois, l'implémentation des algorithmes standard (de type Newton) ne peut pas être envisageable dans le contexte des communications mobiles. Nous nous limitons au problème simplifié

$$\min_h \| \mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k^o \|_{C^{-1}}^2. \quad (5.38)$$

En vérifiant que  $\forall \theta_0$ , les égalités suivantes

$$\begin{aligned} \arg \min_{\theta} \| Z - X \theta \|_{[R - X \theta_0 \theta_0^H X^H]^{-1}}^2 &= \arg \min_{\theta} \| Z - X \theta \|_{R^{-1}}^2, \\ \min_{\theta} \| Z - X \theta \|_{[R - X \theta_0 \theta_0^H X^H]^{-1}}^2 &= \min_{\theta} \| Z - X \theta \|_{R^{-1}}^2. \end{aligned} \quad (5.39)$$

sont satisfaites, le problème (5.38) peut être remplacé par  $\min_h \| \mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k^o \|_{R \mathbf{y} \mathbf{y}}^2$  qui est encore un problème compliqué du moment où  $R \mathbf{y} \mathbf{y} = R \mathbf{y} \mathbf{y}(h)$ . Une simplification possible consiste

1.  $M_k$  est croissante et  $M_k \xrightarrow{M_u \rightarrow \infty} 0$ . Les exemples classiques sont de la forme  $M_k = \frac{\log M_u}{M_u}$  et  $M_k = \frac{\sqrt{M_u}}{M_u}$ .

à résoudre  $\min_h \|\mathbf{Y} - \mathcal{T}_k D_k^\circ\|_{\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}}^2$  où  $\widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est une matrice bloc-Toeplitz et bande. Le problème (5.38) est le critère de moindres carrés pondéré optimalement si la pondération  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est fixée à la vraie valeur. Une solution approchée résoud à chaque itération

$$\min_{\mathbf{H}^{(i)}} \left\| \mathbf{Y} - \mathcal{T}_k(\mathbf{H}^{(i)}) D_k^\circ \right\|_{C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{(i-1)-1}}^2, \quad C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{(i-1)} = \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \sigma_d^2 \mathcal{T}_k(\mathbf{H}^{(i-1)}) \mathcal{T}_k^H(\mathbf{H}^{(i-1)}) \quad (5.40)$$

avec  $\mathbf{H}^{(-1)} = 0$ . Afin d'éviter les instabilités numériques, il faut résoudre à chaque itération un problème de faisabilité, c'est à dire projeter la matrice  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{(i-1)}$  sur l'espace des matrices hermitiennes définies positives (ou un sous-espace plus restreint en ajoutant d'autres contraintes de structure). Notons par  $\bar{h}^{(i)}$  le canal normalisé ( $h^{(i)} = \alpha^{(i)} \bar{h}^{(i)}$  où  $\alpha^{(i)} = \|h^{(i)}\|$ ) et essayons de modifier la valeur de  $\alpha^{(i)}$  afin de satisfaire  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{(i)} > 0$ . Soit la décomposition de  $\overline{\mathcal{T}}_k^{(i)} = \frac{1}{\alpha^{(i)}} \mathcal{T}_k^{(i)}$  en valeurs singulières [GL89]  $\overline{\mathcal{T}}_k^{(i)} = U \Sigma V_1^H = [U_1 | U_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix} V_1^H$  et l'équivalence

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} - \alpha^{(i)2} \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)} \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)H} > 0 &\iff U^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U - \alpha^{(i)2} U^H \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)} \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)H} U > 0 \\ \iff \begin{cases} U_2^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_2 > 0 \\ U_1^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_1 - U_1^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_2 (U_2^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_2)^{-1} U_2^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_1 - \alpha^{(i)2} U_1^H \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)} \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)H} U_1 > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5.41)$$

qui implique que  $\alpha^{(i)2}$  doit être inférieure à la valeur propre minimale de la matrice

$$(U_1^H \overline{\mathcal{T}}_k^{(i)})^{-1} [U_1^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_1 - U_1^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_2 (U_2^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_2)^{-1} U_2^H \widehat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} U_1] (\overline{\mathcal{T}}_k^{(i)H} U_1)^{-1}. \quad (5.42)$$

### 5.3 Filtrage de Wiener

Nous proposons dans cette section une autre approche sous-optimale d'estimation de canal basée sur une séquence d'apprentissage. Il s'agit d'un problème de moindres carrés, où la réponse désirée est l'ensemble de tous les symboles connus, formulé pour estimer le filtre adapté  $\mathbf{h}^\dagger(z)$  du filtre de Wiener  $\sigma_d^2 \mathbf{h}^\dagger(z) S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z)$ . La qualité d'estimation est améliorée, dans une seconde étape, par un critère itératif de MC optimalement pondéré qui prend en compte la matrice de covariance des erreurs.

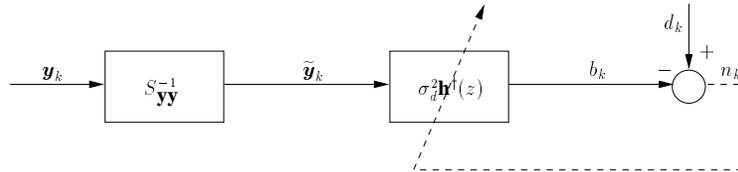


FIG. 5.1 – Estimation de canal basée sur un filtrage de Wiener.

### 5.3.1 Filtrage d'ordre infini

Le signal reçu est approximé par un modèle autorégressif d'ordre  $L$ . Soit  $\mathbf{f}_k = P(q)\mathbf{y}_k$  l'erreur de prédiction de variance  $\sigma_{\mathbf{f}}^2$  et  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(z) \approx P^\dagger(z)\sigma_{\mathbf{f}}^{-2}P(z)$  l'approximation de l'inverse du spectre du signal reçu par des filtres d'ordre  $L$  fini. L'information utile à l'identification du canal est concentrée autour de la séquence d'apprentissage, supposée être assez loin des bords, parce que nous supposons que  $\bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est connue (§5.2.2). En particulier, la portion  $\mathbf{Y}_{M_k+2L+N-1} = \tilde{P}\mathbf{Y}_M$ , où  $\tilde{P}$  est une matrice de sélection, du paquet reçu est suffisante à l'estimation du canal par filtrage de Wiener. Soit  $\tilde{\mathbf{y}}_k = S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}(q)\mathbf{y}_k = P^\dagger(q)\sigma_{\mathbf{f}}^{-2}P(q)\mathbf{y}_k$  la version filtrée du signal reçu et la minimisation par rapport aux coefficients du canal du critère de MC

$$\sum_{j=1}^{M_k} n_j^2 = \sum_{j=1}^{M_k} |d_j - \sigma_d^2 h^H \tilde{Y}_j|^2 = \left\| D_k^\circ - \sigma_d^2 \mathcal{T}(h^H) \tilde{\mathbf{Y}} \right\|^2, \quad (5.43)$$

où  $\tilde{Y}_j = \left[ \tilde{\mathbf{y}}_{k+j-1}^T \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k+j+N-2}^T \right]^T$  et  $\tilde{\mathbf{Y}} = \left[ \tilde{\mathbf{y}}_k^T \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k+M_k+N-2}^T \right]^T$ . La solution de ce problème

est donnée par  $\sigma_d^2 \hat{h} = \left( \sum_{j=1}^{M_k} \tilde{Y}_j \tilde{Y}_j^H \right)^{-1} \sum_{j=1}^{M_k} \tilde{Y}_j d_j^*$ . En exploitant le fait qu'on utilise une partie du

paquet reçu et en remarquant que  $\mathbf{N} = D_k^\circ - \sigma_d^2 \mathcal{T}(h^H) \tilde{\mathbf{Y}} = D_k^\circ - \sigma_d^2 \mathcal{Y}^T h^*$  suit une loi normale de moyenne  $Q D_k^\circ$  et de matrice de covariance  $R_{nn}^*$ , on peut démontrer que la version pondérée du critère précédent est  $\min_h \left\| D_k^\circ - \sigma_d^2 \mathcal{T}(h^H) \tilde{\mathbf{Y}} \right\|_{R_{nn}^*}^2$  où  $R_{nn} = Q D_k^\circ D_k^{\circ H} Q^H + S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H$ ,  $Q = I_{M_k} - \sigma_d^2 \mathcal{T}(h^H) \hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \tilde{P}^T$ ,  $S = \sigma_d^2 \mathcal{T}(h^H) \hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \tilde{P}$  et  $\hat{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} = \mathcal{T}(\mathbf{P}^\dagger) [I_{L+N+M_k} \otimes \sigma_{\mathbf{f}}^{-2}] \mathcal{T}(\mathbf{P})$  est une approximation de  $\bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}$  avec  $\mathbf{P} = [P_L \cdots P_1 I_m]$  et  $\mathbf{P}^\dagger = [I_m P_1^H \cdots P_L^H]$ .

La solution du problème de filtrage de Wiener peut être étendue à une minimisation du critère de MV gaussien  $\mathcal{L}(\tilde{\mathbf{Y}}|h) = \mathbf{N}^H R_{nn}^* \mathbf{N} + \ln \det R_{nn}$  par rapport à  $h$ . En utilisant le fait que  $\Delta = (S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H)^{-1} Q D_k^\circ D_k^{\circ H} Q^H \ll I$  et  $\ln \det(I + \Delta) \approx \text{tr} \Delta$  pour des petites matrices au sens de la norme euclidienne, on peut extraire une partie de l'information contenue dans  $\ln \det R_{nn}$ . En écrivant  $\ln \det R_{nn} = \ln \det S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H + \ln \det(I + \Delta) \approx \ln \det S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H + \text{tr} \Delta$  et en négligeant l'information aveugle  $\ln \det S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H$ , la solution approximative du critère de MVG est donnée par

$$\hat{h} = [\sigma_d^4 \mathcal{Y} R_{nn}^{-1} \mathcal{Y}^H + \mathcal{D}_k^H S^H (S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H)^{-1} S \mathcal{D}_k]^{-1} [\mathcal{D}_k^H S^H (S C_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S^H)^{-1} D_k^\circ + \sigma_d^2 \mathcal{Y} R_{nn}^{-1} D_k^{\circ*}] \quad (5.44)$$

où  $\mathcal{T}_k D_k^\circ = \mathcal{D}_k h$ . Du moment où  $S$ ,  $Q$ ,  $R_{nn}$  et  $C_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  dépendent du canal à estimer, la solution (5.44) est itérative. En plus, il faut résoudre à chaque itération le problème de faisabilité discuté dans §5.2.2.

### 5.3.2 Filtrage d'ordre fini

Afin d'éviter l'approximation du spectre  $S_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1}$ , nous considérons dans cette section le problème du filtrage de Wiener d'ordre fini. Pour un certain retard  $\Delta \geq 0$ , nous considérons le

problème de minimisation par rapport à  $h$  du critère

$$\sum_{k=1}^{M_k} |d_k - \sigma_d^2 h^H C^H \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}^{-1} \mathbf{Y}_{N+2\Delta}(k - \Delta)|^2, \quad C^H = [0_{N,\Delta} I_N 0_{N,\Delta}] \otimes I_m. \quad (5.45)$$

Malgré que les approximations du spectre sont évitées, l'erreur quadratique moyenne minimale (EQMM) et par conséquent la variance des erreurs d'estimation sont assez élevées lorsque  $\Delta$  est fini. D'autre part, et par rapport au problème des MC classique, le nombre d'équations ( $M_k$ ) n'est plus proportionnel au nombre de paramètres ( $mN$ ). Afin de remédier à ce problème, il faut minimiser, en une seule étape, une combinaison de fonctions de coûts. Chacune d'elles considère un sous-ensemble de coefficients et elle est pondérée par l'inverse de son EQMM. Une meilleure solution consiste à prendre, en plus du coût global (5.45),  $m$  fonctions de coûts secondaires ignorant chacune une des  $m$  phases. Ainsi, on minimise

$$J = \sum_{j=0}^m \alpha_j^2 \sum_{k=1}^{M_k} |d_k - \sigma_d^2 h^H C_j^H (C_j \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} C_j^H)^{-1} C_j \mathbf{Y}_{N+2\Delta}(k - \Delta)|^2, \quad C_0 = I_{m(N+2\Delta)}, \quad (5.46)$$

où  $C_j$  est une matrice de sélection qui ignore la  $j$ ème phase. A l'initialisation,  $\alpha_j = 1 \forall j$ .

### Implémentation équivalente

Soit  $\mathbf{Y}'_{N+2\Delta} = \mathcal{P} \mathbf{Y}_{N+2\Delta}(k - \Delta) = [\mathbf{Y}_N^T(k) \mathbf{Y}_d^T(k - \Delta) \mathbf{Y}_\Delta^T(k + N + \Delta - 1)]^T$  où  $\mathcal{P} = [S_1^T S_2^T]^T$  est une matrice de permutation,  $S_1 = [0_{N,\Delta} I_N 0_{N,\Delta}] \otimes I_m$  et  $S_2 = \begin{bmatrix} I_\Delta & 0_{\Delta,N} & 0_\Delta \\ 0_\Delta & 0_{\Delta,N} & I_\Delta \end{bmatrix} \otimes I_m$ .

En utilisant le lemme de complément de Schur [GL89], on peut réécrire le critère (5.46) comme

$$J = \sum_{j=0}^m \alpha_j^2 \sum_{k=1}^{M_k} |d_k - \sigma_d^2 h^H C_j^H (C_j \bar{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}} C_j^H)^{-1} C_j \tilde{\mathbf{Y}}_N(k)|^2, \quad C_0 = I_{mN}, \quad (5.47)$$

où  $\tilde{\mathbf{Y}}_N(k) = \mathbf{Y}_N(k) - \hat{\mathbf{Y}}_N(k) |_{\mathbf{Y}_{N+2\Delta}(k-\Delta)} = [S_1 - S_1 \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S_2^H (S_2 \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S_2^H)^{-1} S_2] \mathbf{Y}_{N+2\Delta}(k - \Delta)$  et  $\bar{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{Y}}_N \tilde{\mathbf{Y}}_N^H] = S_1 \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S_1^H - S_1 \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S_2^H (S_2 \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S_2^H)^{-1} S_2 \bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}} S_1^H$ .

## 5.4 Résultats de simulations

Nous considérons deux canaux aléatoires ( $N_u = 2$ ) de longueur  $6T$  ( $N = 5$ ). Les signaux modulés par la constellation QAM-4 sont reçus par trois capteurs ( $m = 3$ ). Les performances des différents algorithmes sont illustrées sur la figure (FIG. 5.2) et sont comparées à la borne de Cramer-Rao correspondant au cas où  $\bar{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$  est connue. Les courbes sont obtenues en moyennant sur  $t = 50$  réalisations du bruit thermique et des symboles des deux utilisateurs. La séquence d'apprentissage de longueur  $M_k = 26$  se trouve au milieu d'un paquet de longueur  $M = 148$ . On trace la racine carrée de l'EQM normalisée

$$REQMN = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \frac{\|h - \hat{h}^{(i)}\|^2}{h^H h}} \quad (5.48)$$

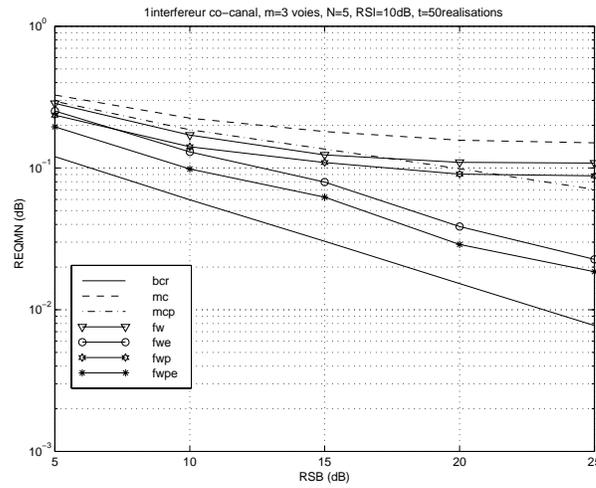


FIG. 5.2 – Qualité d'estimation du canal en fonction du rapport signal à bruit.

en fonction du RSB pour  $RSI = 10\text{dB}$ . Les abréviations bcr, mc, mcp, fw, fwp correspondent respectivement à la borne de Cramer-Rao (5.30), aux problèmes des moindres carrés classique ou pondéré (5.38), au filtrage de Wiener (5.43) et au filtrage de Wiener pondéré (5.44). Les quantités de prédiction linéaire sont estimées sur trois paquets, par contre leurs valeurs exactes sont considérées dans les courbes fwe et fwpe.

La courbe illustrant la performance du critère (5.38) est assez loin de la BCR malgré que nous avons considéré la pondération exacte. Ce critère considère l'information de la moyenne et néglige l'information de la matrice de covariance. L'approximation pratique considérée dans (5.40) ne fonctionne pas très bien et elle est assez compliquée. Par contre, l'approche de filtrage de Wiener est simple et elle est aussi performante que le critère de MC optimalement pondéré dans des environnements difficiles (valeurs basses du RSB et des valeurs modérées du RSI). L'approche approximative du MVG appliquée au problème de filtrage de Wiener améliore la performance du critère non pondéré. D'après la courbe présentée, la bonne estimation de la matrice de corrélation  $\bar{R}_{yy}$  est essentielle pour le problème du filtrage de Wiener. Nous avons essayé d'évaluer les performances, en terme d'estimation de canal (REQMN) et de pouvoir d'annulation des interférences (en calculant l'EQM), pour toutes les méthodes d'estimation du spectre (§5.1). Il s'avère d'une part que la matrice de corrélation empirique (5.3) est le meilleur choix pour l'estimation de canal et d'autre part, que la matrice structurée (bloc-Toeplitz et bande) offre le meilleur pouvoir d'annulation des interférences. Ainsi, l'absence de robustesse de l'approche du filtrage de Wiener proposée peut s'expliquer par l'absence d'un mécanisme de compensation des erreurs d'estimation du filtre adapté et du spectre.

## 5.5 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre le problème d'estimation des paramètres nécessaires à la mise en œuvre du filtre d'annulation d'interférences ICMF. Il s'agit du canal de l'utilisateur considéré  $\mathbf{h}(z)$  et du spectre du signal reçu  $\mathbf{S}_{yy}(z)$ . D'après les chapitres 3 et 4, la

manière la plus évidente pour implémenter un filtre d'annulation d'interférences est celle du filtre de Wiener. Nous avons proposé d'estimer indépendamment le canal et le spectre afin de réduire le nombre de paramètres à estimer par une courte séquence d'apprentissage. En effet, le spectre est estimé par un (ou plusieurs) paquet(s) du signal reçu et son inverse sera approximé par des filtres RIF de prédiction linéaire du processus observé. Ensuite, il suffit d'estimer le filtre adapté qui apparaît dans l'expression du filtre de Wiener par une courte séquence d'apprentissage. En ignorant la structure du filtre de Wiener, il faut théoriquement estimer plus de coefficients que la mémoire du canal afin d'avoir les mêmes performances. Généralement, l'estimation structurée ou non structurée du filtre de Wiener n'est pas possible avec peu de données. L'estimation non structurée nécessite une longue séquence d'apprentissage ou une information (aveugle) équivalente introduite par une des caractéristiques du signal d'entrée (module constant, alphabet fini,...). Le cas des constellations à module constant a été considéré dans [KH98, KFFM97]. Dans le cas de l'estimation structurée du filtre de Wiener, nos simulations montrent qu'il faut avoir une bonne estimation du spectre afin d'espérer des améliorations des performances des récepteurs spatio-temporels par rapport aux récepteurs classiques (DSMV qui ignore la couleur du bruit ou le récepteur hybride spatial). L'environnement de nos simulations est semblable à la norme DECT où une courte séquence d'apprentissage est disponible sur un paquet de 480 symboles dans lequel le canal est quasi-stationnaire. Si la dernière hypothèse est vérifiée dans la norme GSM (par exemple dans le cas où l'émetteur et le récepteur sont statiques, ce qui est vrai dans 50% des cas) alors on peut estimer le canal sur les séquences d'apprentissages de tous les paquets. Les fonctions de coût relatives à chaque séquence d'apprentissage sont pondérées par des coefficients décroissants dans le temps (selon une fenêtre triangulaire par exemple). Dans ce cas, l'implémentation du filtre Wiener est assez bonne et il suffit de mettre à sa sortie un élément de décision pour trouver la séquence transmise. Le taux d'erreur (sur les symboles) peut être amélioré en remplaçant le filtre de Wiener par l'ICMF (paramétrée par le canal de l'utilisateur désiré et le spectre du signal reçu) et l'élément de décision par la DSMV monovoie.

A part ce récepteur (considérant que l'entrée est déterministe) qui nécessite que la variation du canal soit lente au cours du temps et la présence d'un algorithme de saut de fréquences cyclique (afin de pouvoir prendre la moyenne sur plusieurs paquets: voir chapitre 6), l'accent est mis dans ce chapitre sur les approches gaussiennes. Malgré que nous avons proposé un critère de MC itératif qui approxime le critère du MVG, nous ne pouvons pas prétendre que cette solution est la meilleure en pratique. Actuellement, nous sommes en train de chercher une meilleure façon, différente des algorithmes standard, d'optimiser le critère de MVG indépendamment de la complexité. Un tel résultat sera sans doute intéressant, au moins au niveau théorique.

Finalement, nous avons démontré que la mise en œuvre d'un récepteur mono-utilisateur équivalent au critère de MVD est possible dans la majorité des cas. Toutefois, la structure d'un récepteur équivalent au critère de MVG ne nous semble pas évidente. Dans une première étape, nous espérons que le critère de MVG peut améliorer la qualité d'estimation des paramètres nécessaires à l'implémentation du récepteur déterministe. Dans une seconde étape, la

performance du récepteur sera analysée pour des distributions non-gaussiennes des sources.

# Chapitre 6

## Implémentation du récepteur proposé

Afin d'améliorer la qualité d'estimation du canal et du filtre d'annulation des interférences, et par conséquent d'implémenter le récepteur proposé au chapitre 4, nous proposons dans ce chapitre de prendre en compte les connaissances a priori du système cellulaire (GSM). Nous commençons par démontrer qu'une amélioration des performances peut résulter de l'exploitation du filtre de mise en forme  $p_s(t)$ . Ensuite, nous considérons le problème d'identification conjointe de canaux multiples pour des utilisateurs quasi-synchrones. Ce scénario est assez courant dans un système utilisant l'AMRT où les stations de base sont synchrones et le rayon des cellules est limité à quelques kilomètres. Après une égalisation partielle du filtre de mise en forme qui compense les IES, introduites principalement par la modulation GMSK, le récepteur doit détecter les séquences d'apprentissage actives par une étape de synchronisation. Ainsi, le critère classique des MC est utilisé pour l'estimation conjointe des canaux. Toutefois, l'apport de l'exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme est faible dans le cas où l'excès en largeur de bande est limité (ou négatif dans le cas de GSM et sa version évoluée EDGE).

### 6.1 Exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme

L'exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme, introduite dans [SSR94], a pour but de réduire le nombre de paramètres à estimer et par conséquent d'améliorer leur qualité d'estimation. Les performances des méthodes aveugles, utilisant cette information supplémentaire, ont été évaluées dans [Smi96, AS97]. L'identification, nommée *structurée*, de canal basée sur une séquence d'apprentissage a été ensuite étudiée dans [NCP97, Ng98b, NCP99]. L'application au cas multi-utilisateur, et spécifiquement à l'annulation des interférences des canaux multiples, a été considérée dans [TS98b, DNP98b, DNP98a, Ng98a, TS99c].

### 6.1.1 Formulation générale

Nous démontrons dans cette section, en reprenant avec une légère modification la dérivation de [NCP99], que la réponse impulsionnelle globale échantillonnée vit dans un espace complètement défini par le filtre de mise en forme  $p_s(t)$ . Rappelons que l'expression du canal entre l'utilisateur  $j$  et l'antenne  $n$  est donnée par  $h_{nj}(t) = c_{nj}(t) * p_s(t)$  où  $c_{nj}$  décrit l'environnement de propagation. Pour la clarté de la présentation, l'indice  $j$  sera omis dans la suite. L'expression fréquentielle du canal est donnée par

$$H_n(f) = C_n(f)P_s(f) = C_n(f)[P_s(f)W(f)] = [C_n(f)W(f)]P_s(f), \quad (6.1)$$

où  $W(f)$  est un filtre idéal de (moitié de) largeur de bande  $\frac{p'}{2T}$  ( $p' \leq 1.5$  pour GSM). La valeur maximale correspond à la troncature du spectre de la modulation GMSK à -40dB par un filtre de réception idéal. Cette valeur ne peut pas être atteinte en pratique du moment où le filtre de réception a pour but principal d'atténuer les interférences des canaux adjacents dont les porteuses sont situées à des multiples entiers de 200KHz). Ainsi la représentation (discrète) du canal est  $h_n(t) \approx \sum_{k=0}^{\infty} c_{n,k}p_s(t - k\frac{T}{p'})$ . Sans perte de généralité, nous échantillons le signal reçu (et donc le canal  $h(t)$ ) à la fréquence  $\frac{p}{T}$  où  $p \in \mathbb{N}$  alors que  $p' \in \mathbb{Q}$ . Nous obtenons, en prenant comme instant d'échantillonnage initial  $t_0 = 0$ ,

$$\begin{bmatrix} h_n(0) \\ h_n(\frac{T}{p}) \\ \vdots \\ h_n(\frac{p-1}{p}T) \\ \hline \vdots \\ \hline h_n((N-1)T) \\ \vdots \\ h_n((N-1 + \frac{p-1}{p})T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_s(0) & \cdots & p_s(-k_1\frac{T}{p'}) \\ p_s(\frac{T}{p}) & \cdots & p_s(\frac{T}{p} - k_1\frac{T}{p'}) \\ \vdots & & \vdots \\ p_s(\frac{p-1}{p}T) & \cdots & p_s(\frac{p-1}{p}T - k_1\frac{T}{p'}) \\ \hline \vdots & & \vdots \\ \hline p_s((N-1)T) & \cdots & p_s((N-1)T - k_1\frac{T}{p'}) \\ \vdots & & \vdots \\ p_s((N-1 + \frac{p-1}{p})T) & \cdots & p_s((N-1 + \frac{p-1}{p})T - k_1\frac{T}{p'}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{n,0} \\ c_{n,1} \\ \vdots \\ c_{n,k_1} \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

et sous une forme compacte  $[\underline{h}_{n,N-1}^T \cdots \underline{h}_{n,0}^T]^T = P'_s[c_{n,0}c_{n,1} \cdots c_{n,k_1}]^T$ . Lorsque  $N_s$  capteurs sont utilisés à la réception, nous aurons  $[\underline{h}_{N-1}^T \cdots \underline{h}_0^T]^T = P_s[\underline{c}_0^T \underline{c}_1^T \cdots \underline{c}_{k_1}^T]^T = P_s \underline{c}$  où  $P_s = P'_s \otimes I_{N_s} = [P_{s,N-1}^T \cdots P_{s,0}^T]^T$ . Finalement, en exploitant le fait que la constellation est binaire, nous écrivons  $h = \mathcal{P}_s c$  où  $h = [\mathbf{h}_0^T \cdots \mathbf{h}_{N-1}^T]^T$ ,  $\mathbf{h}_j^T = [\Re(\underline{h}_j^T) \Im(\underline{h}_j^T)]$ ,  $\mathcal{P}_s = [\mathcal{P}_{s,0}^T \cdots \mathcal{P}_{s,N-1}^T]^T$ ,

$$\mathcal{P}_{s,j} = J^j \otimes P_{s,j} \text{ et } J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

### 6.1.2 Formulation correspondant à un cas particulier

Nous considérons dans cette section le cas particulier de  $p = p' \in \mathbb{N}$  qui doit satisfaire le critère de Nyquist pour le filtre de mise en forme  $p_s(t)$ . Soit  $H_n(f) = C_n(f)P_s(f)$  la cascade

de la version filtrée échantillonnée du canal de propagation et de la version échantillonnée du filtre de mise en forme. Les fonctions de transfert peuvent être représentées par leurs composantes polyphases au baud des symboles comme [SP94, AS97]  $H_n(z) = \sum_{i=0}^{p-1} z^{-i} H_{n,i}(z^p)$ ,

$$C_n(z) = \sum_{i=0}^{p-1} z^{-i} C_{n,i}(z^p) \text{ et } P_s(z) = \sum_{i=0}^{p-1} z^{-i} P_{s,i}(z^p) \text{ et elles sont reliées par}$$

$$\sum_{i=0}^{p-1} z^{-i} H_{n,i}(z^p) = \sum_{k=0}^{p-1} z^{-k} P_{s,k}(z^p) \sum_{l=0}^{p-1} z^{-l} C_{n,l}(z^p). \quad (6.3)$$

La représentation vectorielle équivalente est  $\underline{h}_n(z) = \underline{P}_s(z)\underline{c}_n(z) = \underline{C}(z)\underline{p}_s(z)$  où  $\underline{h}_n(z) = [H_{n,0}(z) \cdots H_{n,p-1}(z)]^T$ ,  $\underline{c}_n(z) = [C_{n,0}(z) \cdots C_{n,p-1}(z)]^T$ ,  $\underline{p}_s(z) = [P_{s,0} \cdots P_{s,p-1}]^T$  et

$$\underline{P}_s = \begin{bmatrix} P_{s,0} & z^{-1}P_{s,p-1} & \cdots & z^{-1}P_{s,1} \\ P_{s,1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & z^{-1}P_{s,p-1} \\ P_{s,p-1} & \cdots & P_{s,1} & P_{s,0} \end{bmatrix}, \quad \underline{C}_n = \begin{bmatrix} C_{n,0} & z^{-1}C_{n,p-1} & \cdots & z^{-1}C_{n,1} \\ C_{n,1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & z^{-1}C_{n,p-1} \\ C_{n,p-1} & \cdots & C_{n,1} & C_{n,0} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

qui sont des matrices Toeplitz. Nous obtenons dans le cas d'une réception par  $N_s$  capteurs  $\underline{h}(z) = \underline{P}_s(z) \otimes I_{N_s} \underline{c}(z) = \underline{C}(z) \underline{p}_s(z)$  où  $\underline{h}(z) = [H_{1,0} \cdots H_{N_s,0}, \cdots, H_{1,p-1} \cdots H_{N_s,p-1}]^T$ ,  $\underline{c}(z) = [C_{1,0} \cdots C_{N_s,0}, \cdots, C_{1,p-1} \cdots C_{N_s,p-1}]^T$ ,  $\underline{C}(z)$  a la même structure que la matrice  $\underline{C}_n(z)$  où le scalaire  $C_{n,k}(z)$  est remplacé par le vecteur  $[C_{1,k}(z) \cdots C_{N_s,k}(z)]^T$ . En exploitant le caractère binaire de l'alphabet dans le système GSM, en prenant la partie réelle et imaginaire de  $\underline{h}(jz) = \underline{P}_s(jz) \otimes I_{N_s} \underline{c}(jz)$ , nous obtenons [TS98b]  $\mathbf{h}(z) = \mathbf{P}_s(z)\mathbf{c}(z)$  où  $\mathbf{P}_s(z) =$

$$\sum_{k=0}^{L_f-1} \mathbf{P}_{s,k} z^{-k}, \quad \mathbf{P}_{s,k} = J^k \otimes \underline{P}_{s,k} \otimes I_{N_s}, \quad \underline{P}_{s,k} = \begin{bmatrix} p_{s,0}(k) & p_{s,p-1}(k-1) & \cdots & p_{s,1}(k-1) \\ p_{s,1}(k) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & p_{s,p-1}(k-1) \\ p_{s,p-1}(k) & \cdots & p_{s,1}(k) & p_{s,0}(k) \end{bmatrix}$$

avec  $p_{s,l}(k) = p_s[t_0 + (L_f - 1 - k)T + \frac{l}{p}T]$ ,  $p_{s,1:p-1}(-1) = 0$  et par abus de notation  $\mathbf{h}(z) = [\Re(\underline{h}^T(jz)) \Im(\underline{h}^T(jz))]^T$  et  $\mathbf{c}(z) = [\Re(\underline{c}^T(jz)) \Im(\underline{c}^T(jz))]^T$ . Finalement, à partir de  $\mathbf{h}(z) = \mathbf{P}_s(z)\mathbf{c}(z)$ , nous écrivons  $\mathbf{h} = \mathcal{P}_s \mathbf{c}$  où  $\mathcal{P}_s$  est une matrice différente de celle de la section précédente.

## 6.2 Egalisation partielle du filtre de mise en forme

Nous proposons dans cette section d'égaliser le filtre de mise en forme qui est connu du récepteur afin de raccourcir la longueur du canal et de simplifier l'implémentation du récepteur proposé (ICMF).

### 6.2.1 Egalisation partielle minimisant l'erreur quadratique moyenne

Il est bien connu que le filtre GMSK est très difficile à inverser par un égaliseur linéaire de forçage à zéro ou celui minimisant l'erreur quadratique moyenne. L'égaliseur qui en résulte est très long pour être implémenté en temps réel dans un système de communications mobiles utilisant la transmission par paquets. L'inconvénient majeur de cette opération est que l'amplification du bruit est importante. Afin de surmonter cette difficulté, nous proposons de réduire la mémoire du filtre de mise en forme sans l'égaliser, d'où le nom *égalisation partielle* (EP). Nous détaillerons cette technique, très efficace dans les systèmes à haut débit, dans le dernier chapitre où nous nous intéresserons en particulier aux récepteurs à complexité réduite pour la norme EDGE.

Soit  $p'_s = [p_{s,0}(0) \cdots p_{s,p-1}(0), \cdots, p_{s,0}(L_f - 1) \cdots p_{s,p-1}(L_f - 1)]$  le vecteur ligne rempli par les coefficients du filtre de mise en forme,  $g = [g_0(0) \cdots g_{p-1}(0), \cdots, g_0(L_g - 1) \cdots g_{p-1}(L_g - 1)]$  l'égaliseur de longueur  $L_g$  et  $b = [b(0) \cdots b(L_b - 1)]$  la réponse impulsionnelle désirée, au sens de l'erreur quadratique moyenne, résultant de la convolution de l'égaliseur avec le filtre  $p_s(t)$ . Définissons par  $\mathcal{F}' = \mathcal{T}_{pL_g}(p'_s)$  une matrice Toeplitz ayant  $pL_g$  lignes dont la première est  $[p'_s \ 0_{1 \times (pL_g - 1)}]$ . Cette matrice peut être décomposée en  $\overline{\mathcal{F}}' = \mathcal{F}'\overline{\mathcal{I}}$  et  $\overline{\overline{\mathcal{F}}}' = \mathcal{F}'\overline{\overline{\mathcal{I}}}'$  où  $\overline{\mathcal{I}} = \begin{bmatrix} 0_{\Delta, L_b} \\ I_{L_b} \\ 0_{s, L_b} \end{bmatrix}$ ,  $\overline{\overline{\mathcal{I}}}' = \overline{\mathcal{I}}^\perp = \begin{bmatrix} I_\Delta & 0_{\Delta, s} \\ 0_{L_b, \Delta} & 0_{L_b, s} \\ 0_{s, \Delta} & I_s \end{bmatrix}$ ,  $s = pL_g + pL_f - 1 - \Delta - L_b$  et  $\Delta$  un retard désirable. Les coefficients de l'égaliseur et de la réponse impulsionnelle désirée

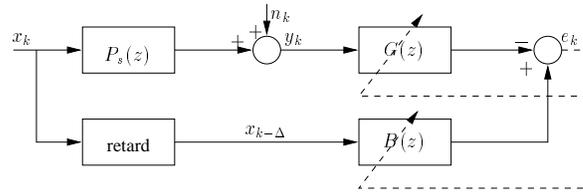


FIG. 6.1 – Schéma bloc d'un égaliseur partiel minimisant l'erreur quadratique moyenne.

sont choisis de telle sorte qu'ils maximisent le rapport signal à bruit à la sortie de l'égaliseur  $\text{RSB} = \frac{\|g\overline{\mathcal{F}}'\|^2}{\sigma_n^2 \|g\|^2 + \sigma_x^2 \|g\overline{\mathcal{F}}'\|^2}$  sous l'hypothèse que l'entrée  $x_k$  est blanche. L'égaliseur  $g$  est alors la transposée hermitienne du vecteur propre généralisé associé à la valeur propre généralisée minimale des matrices  $\sigma_n^2 I_{pL_g} + \sigma_x^2 \overline{\overline{\mathcal{F}}}'\overline{\overline{\mathcal{F}}}'^H$  et  $\overline{\mathcal{F}}'\overline{\mathcal{F}}'^H$ . Les auteurs de [ADC96b] proposent de minimiser l'erreur quadratique moyenne de la séquence  $e_k$ . Ils démontrent, sous la contrainte d'énergie unitaire sur  $b$  et en supposant que la séquence  $x_k$  est blanche, que la réponse désirée optimale est donnée par le vecteur propre correspondant à la valeur propre minimale de la matrice  $R_\Delta = \overline{\mathcal{I}}^H \left( \frac{I_{pL_g + pL_f - 1}}{\sigma_x^2} + \frac{\overline{\mathcal{F}}'^H \overline{\mathcal{F}}'}{\sigma_n^2} \right)^{-1} \overline{\mathcal{I}}$ . Ainsi, l'égaliseur est donné par  $g = [0_{1, \Delta} \ b \ 0_{1, s}] \overline{\mathcal{F}}'^H \left( \overline{\mathcal{F}}'\overline{\mathcal{F}}'^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2} I_{pL_g} \right)^{-1}$ .

En passant au domaine temporel, il faut filtrer le signal reçu par  $z^\Delta \mathbf{G}(z) = z^\Delta \sum_{k=0}^{L_g - 1} \mathbf{G}_k z^{-k}$

où  $\mathbf{G}_k = J^k \otimes \underline{\mathbf{G}}_k \otimes I_{N_s}$  et  $\underline{\mathbf{G}}_k = \begin{bmatrix} g_0(k) & g_{p-1}(k-1) & \cdots & g_1(k-1) \\ g_1(k) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & g_{p-1}(k-1) \\ g_{p-1}(k) & \cdots & g_1(k) & g_0(k) \end{bmatrix}$ . Le modèle de données est alors,  $\mathbf{y}'_k = \mathbf{h}'(q)d_k + \mathbf{v}'_k$  où  $\mathbf{y}'_k = q^\Delta \mathbf{G}(q)\mathbf{y}_k$ ,  $\mathbf{v}'_k = q^\Delta \mathbf{G}(q)\mathbf{v}_k$  et  $\mathbf{h}'(z) = z^\Delta \mathbf{G}(z)\mathbf{P}_s(z) = \mathbf{B}(z)\mathbf{c}(z)$ .

## 6.2.2 Implémentation du récepteur

La fonction de transfert  $\mathbf{h}'(z)$  est estimée par la séquence d'apprentissage de l'utilisateur considéré et elle sert à la détermination de  $\mathbf{h}^\dagger(z)$  et  $\mathbf{h}'^{\perp\dagger}(z)$ . Ensuite, il faut estimer le filtre d'annulation des interférences

$$\mathbf{w}(z) = \mathbf{h}^\dagger S_{\mathbf{y}'\mathbf{y}'} \mathbf{h}'^{\perp\dagger} (\mathbf{h}'^{\perp\dagger} S_{\mathbf{y}'\mathbf{y}'} \mathbf{h}'^{\perp\dagger})^{-1} = \mathbf{h}^\dagger S_{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} \mathbf{h}'^{\perp\dagger} (\mathbf{h}'^{\perp\dagger} S_{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} \mathbf{h}'^{\perp\dagger})^{-1}. \quad (6.5)$$

En absence du bruit, ce filtre satisfait  $\mathbf{w}(z)\mathbf{h}'^{\perp\dagger}(z)\mathbf{h}'_{N_u-1}(z) = \mathbf{h}^\dagger(z)\mathbf{h}'_{N_u-1}(z)$  où  $\mathbf{h}'_{N_u-1}(z)$  regroupe les canaux des interféreurs. Ce système d'équations admet une solution  $\mathbf{w}(z)$  de longueur finie si le nombre d'utilisateurs est limité à  $N_u \leq m - 1$ . La longueur optimale de  $\mathbf{w}(z)$  est  $L_w \geq \left\lceil \frac{2(N_u-1)(N_q-1)}{m-N_u} \right\rceil$  où  $N_q T \geq (N + 1 - L_f)T$  est la durée maximale des canaux  $[\mathbf{h}'(z)\mathbf{h}'_{N_u-1}(z)]$ . En général, la longueur de  $\mathbf{w}(z)$  est infinie mais il suffit en pratique d'estimer quelques coefficients après avoir enlevé le signal utile  $\mathbf{h}'(q)d_k$  de  $x_{1,k}$ . Après avoir détecté les symboles de l'utilisateur considéré, les échantillons de tout le paquet peuvent servir à la réestimation de  $\mathbf{w}(z)$ . Du moment où la séquence d'apprentissage se trouve au milieu du paquet, le filtre blanchisseur est implémenté de telle sorte que le canal résultant à sa sortie est à phase minimale dans le sens progressif (des données) et à phase maximale dans le sens rétrograde. Dans le cas où les interféreurs sont fortement asynchrones, l'adaptation du filtre  $\mathbf{w}(z)$ , et par conséquent les chemins survivants de chaque état de l'algorithme de Viterbi, pour chaque nouveau symbole détecté par l'algorithme RLS (*Recursive Least Squares*) s'avère inefficace.

## 6.2.3 Borne(s) de la probabilité d'erreur

Cette borne correspond au problème de la DSMV dans lequel le canal et la matrice de covariance du bruit sont estimés et elle est donnée par l'expression (7.6). Le signal scalaire  $s'_k$  à l'entrée de l'égaliseur (FIG. 4.1) est donné, en considérant l'égalisation partielle du filtre de mise en forme, par

$$s'_k = \frac{(\widehat{\mathbf{h}}^{\dagger} - \widehat{\mathbf{w}}\widehat{\mathbf{h}}^{\perp\dagger})\mathbf{G}\mathbf{h}}{\widehat{g}^{\dagger}} d_{k+\Delta} + \frac{(\widehat{\mathbf{h}}^{\dagger} - \widehat{\mathbf{w}}\widehat{\mathbf{h}}^{\perp\dagger})\mathbf{G}\mathbf{h}}{\widehat{g}^{\dagger}} \mathbf{v}_{k+\Delta} = \widehat{g}' d_k + \widetilde{g}' d_k + n_k \quad (6.6)$$

où  $\hat{g}' = (\hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}')^{1/2}$  et  $\tilde{g}' = \frac{(\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger})\mathbf{G}\mathbf{h}}{\hat{g}'^\dagger} - \hat{g}'$ . En négligeant la couleur du bruit  $n_k$  (en prenant  $\hat{S}_{nn}(z) = 1$ ), la borne du filtre adapté est donnée par

$$\text{BFA} = \frac{\sigma_d^2 \left[ \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}' \right]^2}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}' (\sigma_d^2 \tilde{g}' \tilde{g}'^\dagger + S_{nn})} \geq \frac{\sigma_d^2 \left[ \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}' \right]^2}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} (\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger}) \mathbf{G} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \mathbf{G}^\dagger (\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger})^\dagger}. \quad (6.7)$$

La borne supérieure de la probabilité d'erreur (inférieure de la BFA) est obtenue en écrivant

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}' (\sigma_d^2 \tilde{g}' \tilde{g}'^\dagger + S_{nn}) &= \sigma_d^2 [(\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger}) z^\Delta \mathbf{G} \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}'] [(\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger}) z^\Delta \mathbf{G} \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}^\dagger \hat{\mathbf{h}}']^\dagger \\ &\quad + (\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger}) \mathbf{G} S_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \mathbf{G}^\dagger (\hat{\mathbf{h}}^\dagger - \hat{\mathbf{w}}\hat{\mathbf{h}}'^{\perp\dagger})^\dagger. \end{aligned} \quad (6.8)$$

## 6.2.4 Résultats de simulations

En considérant le même environnement de simulations que la section § 2.6, nous montrons des courbes de probabilité d'erreur obtenues en moyennant sur 1000 réalisations de canaux, de symboles et du bruit thermique. La première courbe (Exact ICMF) correspond au cas où le vrai

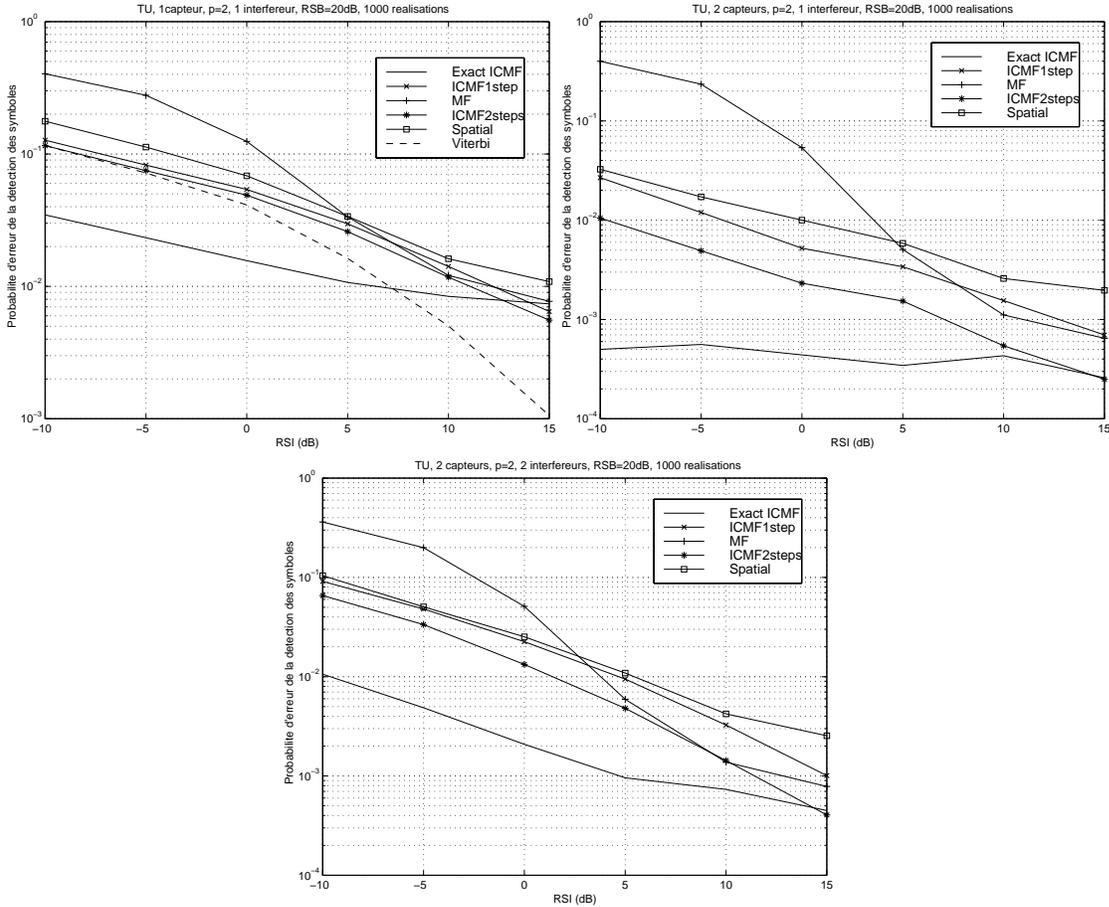


FIG. 6.2 – Courbes de probabilité d'erreur pour l'environnement urbain.

canal  $\mathbf{h}(z)$  et le vrai filtre d'annulation des interférences  $\mathbf{w}(z)$  sont mis dans l'ICMF. L'égaliseur minimisant l'EQM de longueur  $2N_q$ , mis à la sortie de l'ICMF, a pour expression  $\sigma_d^2 \mathbf{g}^\dagger \widehat{S}_{ss}^{-1}$  où  $\widehat{S}_{ss}$  est le spectre empirique du signal  $s_k$ . Une borne plus exacte doit correspondre à (6.7). Pour le reste des courbes, le canal  $\widehat{\mathbf{h}}(z)$  est estimé par séquence d'apprentissage et l'égaliseur correspond à  $\sigma_d^2 \widehat{\mathbf{g}}^\dagger \widehat{S}_{ss}^{-1}$ . Le filtre  $\mathbf{w}(z)$  correspondant à la courbe (ICMF1step) est estimé par séquence d'apprentissage après avoir enlevé la contribution du signal utile. Si le module de la sortie de l'égaliseur est supérieure à un, nous prenons des décisions dures ( $\pm 1$ ). Dans l'autre cas, nous considérons des décisions douces (la non-linéarité de l'élément de décision est la fonction tangente hyperbolique). Si des séquences de  $\pm 1$  plus longues que  $N_q$  apparaissent alors on peut améliorer l'estimation du canal en ajoutant les équations correspondantes. En remarquant que la sortie du filtre adapté  $x_{1,k}$  correspond principalement à la contribution du symbole  $d_k$ , on peut enlever cette dernière chaque fois qu'une décision dure a été prise pour ce symbole. Ainsi, le filtre  $\mathbf{w}(z)$  est réestimé sur presque la totalité du paquet. La performance de la nouvelle détection de symboles est décrite par la courbe (ICMF2steps). La courbe (MF) correspond à  $\mathbf{w}(z) = 0$ . Nous comparons nos résultats avec le récepteur d'Ungerboeck implémenté dans un cas particulier [LCP97]. Notons que l'estimation du canal est faite par le critère de MC classique et non pas avec les techniques décrites dans le chapitre 5. Le choix d'un égaliseur minimisant l'EQM est tout à fait arbitraire.

Il est clair d'après nos simulations que le récepteur ICMF en deux étapes est plus performant que les récepteurs classiques surtout si le nombre de voies est grand.

### 6.3 Annulation d'interférences dans un système cellulaire quasi-synchrone

Nous considérons dans cette section le cas d'un système cellulaire utilisant l'accès multiple par répartition temporelle dans lequel chaque utilisateur occupe un seul paquet par trame (de 8 paquets en GSM). Les paquets de la même trame sont séparés par une période de garde afin d'éviter le chevauchement des utilisateurs de la même cellule [MP92]. Nous supposons dans cette section que les stations de base sont synchronisées et que le rayon d'une cellule est tel que le retard maximal (FIG. 6.3) d'un interféreur co-canal proche est de quelques périodes de symboles (3 dans nos simulations). Si on connaît (détecte correctement) les séquences d'ap-

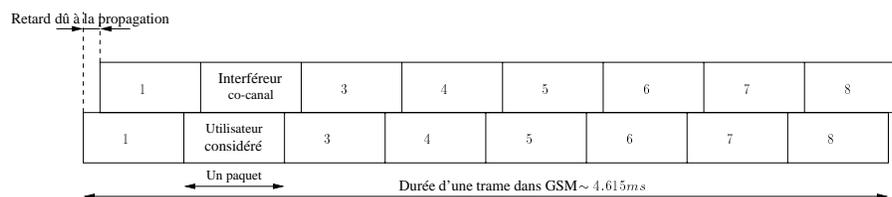


FIG. 6.3 – Structure d'une trame dans le système GSM.

prentissage actives alors on peut estimer conjointement tous les canaux sur la durée commune de ces séquences. Comme le nombre de paramètres est la principale limitation de cette mé-

thode, nous proposons d'égaliser partiellement le filtre de mise en forme. Les coefficients qui restent à identifier correspondent principalement au canal de propagation.

### 6.3.1 Problème de synchronisation au niveau d'un paquet

Chaque utilisateur est synchronisé, dans le norme GSM, par le paquet de synchronisation [ETS94]. Toutefois, en absence de toute connaissance a priori, les utilisateurs émettant/recevant sur la même porteuse ne peuvent pas être synchronisés avec un utilisateur donné même si les stations de base sont synchrones. Nous tenons à ce niveau à rappeler notre intérêt pour la synchronisation au niveau d'un paquet puisque le comportement des utilisateurs opérant sur la même fréquence est non prédictible. Nous supposons que la conception du système cellulaire est assez parfaite dans le sens que les séquences d'apprentissage de l'utilisateur considéré et des six (cas d'un motif hexagonal) interféreurs co-canal proches sont différentes.

#### Méthode des moindres carrés

La méthode des moindres carrés, utilisée dans le cas d'un seul utilisateur [LHM97], peut être étendue au cas multi-utilisateur pour estimer la position  $k^\circ$  du premier symbole de la séquence d'apprentissage  $D^{o(i)} = [d_1^{o(i)} \dots d_{M_k}^{o(i)}]^T$  du  $i$ ème interféreur comme

$$[\hat{k}, \hat{i}] = \arg \min_{k \in \mathcal{W}, i, h'_i} \|\mathbf{Y}'_{M_k - N_q + 1}(k + N_q) - \mathcal{D}_i h'_i\|^2 = \arg \min_{k \in \mathcal{W}, i} \left\| P_{\mathcal{D}_i}^\perp \mathbf{Y}'_{M_k - N_q + 1}(k + N_q) \right\|^2 \quad (6.9)$$

$$\text{où } \mathcal{D}_i = \mathcal{D}'_i \otimes I_m, \mathcal{D}'_i = \begin{bmatrix} d_{N_q}^{o(i)} & \dots & d_1^{o(i)} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{M_k}^{o(i)} & \dots & d_{M_k - N_q + 1}^{o(i)} \end{bmatrix}, h'_i = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0^{(i)} \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{N_q - 1}^{(i)} \end{bmatrix}, \mathcal{W} \text{ est une fenêtre et}$$

$P_{\mathcal{D}_i}^\perp$  est la matrice de projection orthogonale sur le complément orthogonal à l'espace engendré par les colonnes de  $\mathcal{D}_i$ . La taille de la fenêtre doit être petite pour que la probabilité d'échec de la méthode soit faible. Les bornes de  $k$  peuvent être prédites, dans le pire des cas, dans le cas où les stations de base sont synchrones du moment où le retard de propagation est la seule source de l'asynchronisme (FIG. 6.3).

#### Méthode de corrélation

Cette méthode exploite le fait que l'estimation du canal, spécifiée dans la norme GSM [MP92], est basée sur la corrélation d'une partie du signal reçu avec les 16 symboles du milieu de la séquence d'apprentissage de longueur  $M_k = 26$ . Le  $n$ ème coefficient du canal est calculé comme

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}'_n &= \frac{1}{16} \sum_{j=6}^{21} d_{27-j}^o \mathbf{y}'_{k^\circ + M_k + n - j} = \frac{1}{16} \sum_{j=6}^{21} d_{27-j}^o \sum_{l=0}^{N_q-1} \mathbf{h}'_l d_{k^\circ + M_k + n - j - l} - \tilde{\mathbf{h}}'_n \\ &= \sum_{l=0}^{N_q-1} \mathbf{h}'_l \frac{1}{16} \sum_{j=6}^{21} d_{27-j}^o d_{27+n-j-l}^o - \tilde{\mathbf{h}}'_k = \sum_{l=0}^{N_q-1} \mathbf{h}'_l r_{n-l} - \tilde{\mathbf{h}}'_n \end{aligned} \quad (6.10)$$

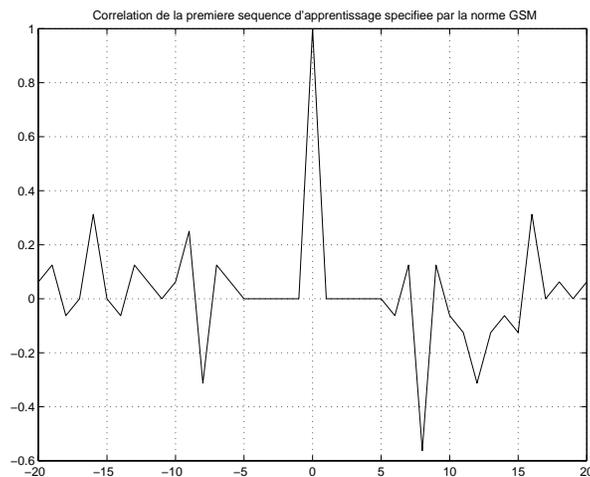


FIG. 6.4 – Corrélation de la première séquence d'apprentissage spécifiée par la norme GSM.

où  $r_{n-l}$  est la corrélation de la séquence d'apprentissage (FIG. 6.4). Afin de détecter les séquences d'apprentissage actives, il faut calculer à chaque instant d'échantillonnage  $k \in \mathcal{W}$  le coefficient de corrélation croisée normalisé

$$C_k^{(i)} = \frac{\frac{1}{N_q} \sum_{n=1}^{N_q} \left( \frac{1}{16} \sum_{j=6}^{21} d_{27-j}^{*(i)} \mathbf{y}_{k^\circ + M_k + n - j}^H \right) \left( \frac{1}{16} \sum_{l=6}^{21} d_{27-l}^{(i)} \mathbf{y}'_{k^\circ + M_k + n - l} \right)}{\sqrt{\left( \frac{1}{16} \sum_{j=6}^{21} |d_{27-j}^{(i)}|^2 \right) \left( \frac{1}{N_q} \sum_{n=1}^{N_q} \frac{1}{16} \sum_{j=6}^{21} \mathbf{y}_{k^\circ + M_k + n - j}^H \mathbf{y}'_{k^\circ + M_k + n - j} \right)}}. \quad (6.11)$$

Les pics de corrélations trouvés, en essayant toutes les séquences d'apprentissage, correspondent aux positions des séquences actives. Ainsi,  $[\hat{k}, \hat{i}] = \arg \max_{k \in \mathcal{W}, i} C_k^{(i)}$ . Cette méthode ne peut être applicable au cas multi-utilisateur que si les canaux sont raccourcis (par exemple, en égalisant partiellement le filtre de mise en forme qui est commun à tous les utilisateurs). Il a été proposé dans [CPMD97, LS97, KS98, LCS99] de faire la corrélation de la séquence d'apprentissage et de la sortie scalaire d'un filtre de Wiener spatial qui permet une certaine réduction des interférences.

Comme la variation de la réponse impulsionnelle, dans un modèle de propagation spéculaire [ETS95], est due à la variation des phases alors que les retards et leurs amplitudes peuvent être supposés constants pendant plusieurs paquets consécutifs, on peut prendre la moyenne des carrés des coefficients de corrélation sur quelques paquets (10 dans nos simulations). Dans un système multipaquet, ayant pour but d'augmenter le débit, un temps moyen de 10ms (deux trames) peut être suffisant à la détection des séquences d'apprentissage des interféreurs. Si le rapport signal à interférence est assez élevé, on peut améliorer la synchronisation en enlevant du signal reçu la contribution de l'utilisateur considéré du moment où la qualité d'estimation de son canal est bonne. En pratique, il faut estimer le rapport signal à bruit plus interférence et le comparer à un seuil après avoir enlevé la contribution de l'utilisateur considéré. Différentes méthodes d'estimation, à complexité réduite, du RSBI ont été proposées dans [And97, TS98c].

Afin de pouvoir prendre la moyenne sur plusieurs paquets, il faut que le système évite d'utiliser un saut de fréquences (*frequency hopping*) pseudo-aléatoire qui permet une *diversité d'interférence* totale [Meh97]. L'idéal, dans notre cas, est d'éviter l'utilisation des sauts de fréquences malgré leur importance dans un système mobile. Une solution pratique consiste à implémenter, dans le système mobile, un algorithme de saut de fréquences cyclique qui permet une certaine périodicité dans l'allocation temporelle et fréquentielle des ressources (FIG. 6.5). Il est à noter que nous avons ignoré, dans cette figure, la période (7 paquets) de chaque trame

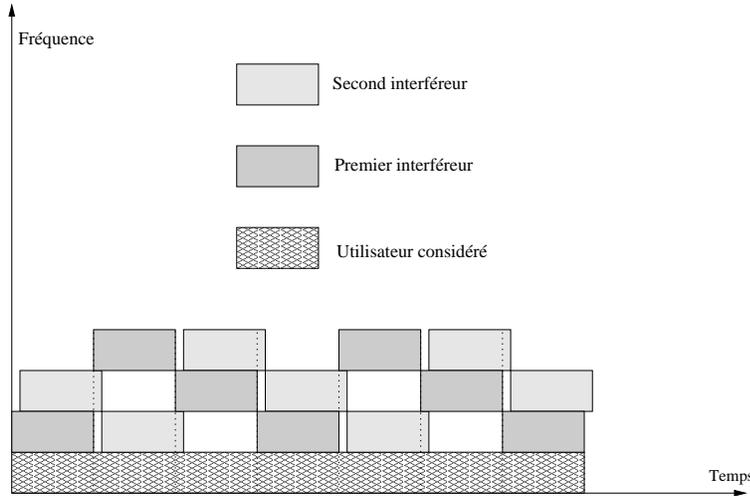


FIG. 6.5 – Exemple d'un saut de fréquences cyclique.

où l'utilisateur considéré est absent.

### 6.3.2 Implémentation du récepteur proposé

Nous considérons dans cette section le cas d'un seul interféreur, qui correspond à l'interfereur le plus fort en pratique. Les puissances des autres interféreurs sont en général négligeables.

#### Estimation conjointe des canaux

Notons par  $\delta$  le retard entre les paquets de l'utilisateur considéré et de l'interfereur,  $c = [c_1^T c_i^T]^T$  le vecteur contenant les coefficients des deux réponses impulsionnelles,  $\bar{\mathcal{D}}_1$  (resp.  $\bar{\mathcal{D}}_i$ ) la matrice  $\mathcal{D}_1$  (resp.  $\mathcal{D}_i$ ) dont les premières (resp. dernières)  $m\delta$  lignes ont été enlevées. Les canaux sont estimés comme  $\hat{c} = \arg \min_c \|\mathbf{Y}_{M_k - N + 1 - \delta}(k^o + M_k - 1) - \mathcal{D}(I_2 \otimes \mathcal{P}_s)c\|^2$  où  $\mathcal{D} = [\bar{\mathcal{D}}_1 \bar{\mathcal{D}}_i]$  et  $k^o$  correspond à la position du premier symbole de la séquence d'apprentissage de l'utilisateur considéré.

#### Détection des symboles de l'utilisateur considéré

Une fois que la qualité d'estimation des canaux est améliorée, on remplace le filtre de Wiener  $\mathbf{w}(z)$  de l'ICMF par son expression théorique qui nécessite aussi la connaissance de la variance du bruit  $\hat{\sigma}_v^2$ . Si la première détection des symboles n'est pas trop mauvaise, tout le

paquet peut être considéré comme séquence d'apprentissage à la seconde étape et par conséquent, on peut réduire la probabilité d'erreur des bits d'information de l'utilisateur considéré. En supposant que la distribution des symboles inconnus de l'interfèreux est gaussienne, on peut utiliser le critère des moindres carrés optimalement pondéré (§5.2.2)

$$\hat{c} = \arg \min_c \|\mathbf{Y} - \hat{\mathcal{D}}_1 \mathcal{P}_s c_1 - \mathcal{D}_{\hat{i},k} \mathcal{P}_s c_{\hat{i}}\|_{\hat{\mathcal{C}}^{-1}}^2, \quad \hat{\mathcal{C}} \mathbf{y} \mathbf{y} = \sigma_d^2 \hat{\mathcal{T}}_{\hat{i},u} \hat{\mathcal{T}}_{\hat{i},u}^H + \hat{\sigma}_v^2 I_{mN}. \quad (6.12)$$

La matrice  $\hat{\mathcal{D}}_1$  contient les symboles connus et estimés à la première itération de l'utilisateur considéré. La contribution de l'interfèreux est  $\mathcal{T}_{\hat{i}} D_{\hat{i}} = \mathcal{T}_{\hat{i},k} D_{\hat{i},k} + \mathcal{T}_{\hat{i},u} D_{\hat{i},u}$  où  $D_{\hat{i},k}$  est la séquence d'apprentissage de l'interfèreux. Avec les nouvelles estimées, on détecte les symboles de l'utilisateur considéré. Cette étape peut être réitérée mais on atteint rapidement un minimum local. En général, une itération est suffisante du moment où la seconde itération ne réduit pas la probabilité d'erreur d'une manière significative.

### 6.3.3 Résultats de simulations

Nous considérons le cas d'une liaison descendante où l'aspect multivoie provient d'un suréchantillonnage par  $p = 2$  et l'exploitation du caractère binaire de l'alphabet. Nous traçons

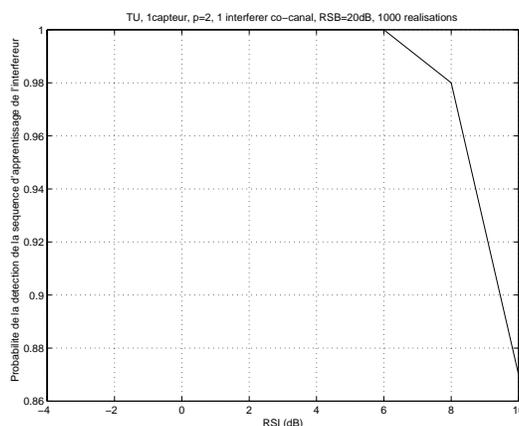


FIG. 6.6 – Probabilité de la détection de la séquence d'apprentissage de l'interfèreux

sur la figure 6.6 la courbe de la probabilité de détection de la séquence d'apprentissage de l'interfèreux en fonction du rapport signal à interférence pour un rapport signal à bruit fixé à  $RSB = 20\text{dB}$ . Cette courbe est obtenue en moyennant sur 1000 réalisations des canaux et des symboles des deux utilisateurs et du bruit thermique. Le retard aléatoire  $\delta$  entre les paquets des deux utilisateurs (FIG. 6.3) dû à la propagation est constant pour 10 paquets consécutifs. Une décision sur la synchronisation est prise toutes les dix trames. Le seuil considéré pour le rapport signal à bruit plus interférence est  $\widehat{SINR} = 5\text{dB}$ . Si  $\widehat{SINR} > 5\text{dB}$ , la contribution du signal utile est enlevée du signal reçu avant l'étape de synchronisation. La courbe MF (FIG. 6.7) correspond au cas où  $\mathbf{w}(z) \equiv 0$ . Le canal mis dans l'ICMF est estimé conjointement avec celui de l'interfèreux sur la partie commune des séquences d'apprentissage. Dans une seconde étape l'estimation des canaux est faite par (6.12) et le récepteur est appelé (2-step ICMF).

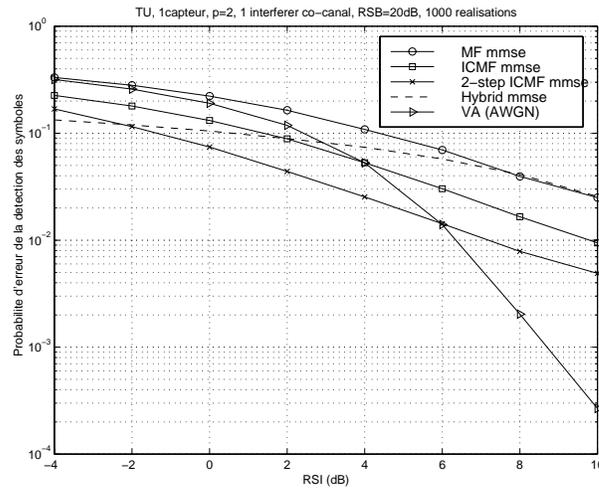


FIG. 6.7 – Courbes de probabilité d’erreur obtenues en moyennant sur 1000 paquets.

L’égaliseur scalaire qui suit ces récepteurs est un égaliseur linéaire minimisant l’EQM. Nous comparons nos courbes avec celles obtenues avec le récepteur hybride [LCP97] et l’algorithme de Viterbi qui ignore la couleur du bruit.

## 6.4 Limitations pratiques de l’exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme dans la norme GSM

Nous considérons dans cette section le problème d’estimation du canal  $h = \mathcal{P}_s c$  par le critère  $\min_c \|\mathbf{Y} - \mathcal{D}_k \mathcal{P}_s c\|^2$ . Soit  $\mathcal{P}_s = U \Sigma V^H$  la décomposition en valeur singulière [GL89] de la matrice remplie par les coefficients du filtre de mise en forme. Il est facile de vérifier dans le cas où le bruit additif est blanc, pour la formulation (§6.1.1), que  $\text{tr}(C_{\tilde{h}\tilde{h}}) \sim \min(mN, K_c)$  pour une entrée blanche où  $K_c$  est le nombre de coefficients de  $c$  et  $C_{\tilde{h}\tilde{h}}$  est la matrice de covariance de l’erreur d’estimation  $\tilde{h}$  du vecteur  $h$ . On peut vérifier que l’estimée  $\hat{h} = U\hat{\theta} = (\mathcal{D}_k^H \mathcal{D}_k)^{-1} \mathcal{D}_k^H \mathbf{Y}$ , où  $\hat{\theta} = \Sigma V^H c$ , coïncide avec celle obtenue par l’estimation directe de  $h$  (par  $\min_h \|\mathbf{Y} - \mathcal{D}_k h\|^2$ ) dans le cas où  $K_c \geq mN$ . Ce cas correspond, malheureusement, à une situation pratique où on échantillonne le signal reçu (éventuellement filtré par le filtre adapté) au rythme des symboles ( $p = 1$  et  $1 \leq p' \leq 1.5$ ). Théoriquement, la qualité d’estimation du canal est proportionnelle au facteur de suréchantillonnage  $p$  du signal reçu (cas où  $K_c < mN$ ). Cependant, ces voies artificielles sont fortement corrélées et leur pouvoir de réduction des interférences est très faible (voir chapitre 2). La formulation de la section §6.1.2 indique qu’il faut échantillonner au moins par  $p = p' = 2$  afin de satisfaire le critère de Nyquist pour  $p_s(t)$  et par conséquent utiliser la connaissance a priori du filtre de mise en forme. La qualité d’estimation du canal est proportionnelle dans ce cas au rapport  $\frac{N}{N_c}$  où  $N_c$  est la longueur de  $c$ . Ce rapport, indépendant de  $p$ , est faible ( $\leq 2$ ) dans la plupart des environnements considérés par la norme GSM. Nous retenons de cette section que l’apport de l’exploitation de la connaissance a priori du filtre de mise en forme dans l’estimation du canal et/ou l’annulation des interférences

est négligeable pour la norme GSM.

## 6.5 Conclusion

Contrairement au chapitre précédent, la mise en œuvre du récepteur et la détection des symboles est restreinte sur la durée d'un paquet. Par contre, nous avons utilisé plus d'informations (connaissance a priori du filtre de mise en forme) pour faciliter l'estimation des paramètres nécessaires à l'implémentation du récepteur. Cette approche peut être limitée pour la norme GSM mais elle est très intéressante dans le cas où l'excès en largeur de bande du filtre de mise en forme est grand.



## Chapitre 7

# Performance des récepteurs à complexité réduite et application à la norme EDGE

Les standard de la seconde génération GSM et IS-136 sont devenus très populaires. Actuellement, les produits GSM peuvent supporter des débits allant jusqu'à 9.6 Kbit/s, ce qui est très satisfaisant pour les signaux de parole [SAE<sup>+</sup>98]. Par contre, ce débit est faible pour supporter par exemple des applications multimédia. La bonne exploitation des ressources offertes par l'AMRT est une solution possible pour améliorer le débit. Ainsi, un utilisateur peut occuper plusieurs paquets (moins que huit) lorsque ceux-ci sont libres. Cependant, et à cause de la modulation GMSK utilisée dans le standard GSM, les débits atteints sont encore limités pour une évolution réelle [FFOS98, SAE<sup>+</sup>98]. Labont a proposé de combiner l'aspect multipaquet avec la modulation 8-PSK [Lab98] afin de quadrupler le débit actuel. Dans le but de garder une compatibilité avec le système GSM, le nouveau standard EDGE (*Enhanced Data Rates for Global Evolution*) proposé par Ericsson utilise le filtre GMSK linéarisé comme filtre de transmission [WPB98]. La faisabilité de la nouvelle norme, proposée à l'ETSI en 1997, a été démontrée dans [SMG97] et elle se révèle très intéressante vis-à-vis de son implémentation sur l'infrastructure existante et la possibilité de coexistence avec GSM. Le modèle de propagation, dans l'environnement EDGE, peut être décrit par le modèle urbain (TU) si la vitesse des mobiles ne dépasse pas 50 Km/h [SMG97]. En gardant le même débit de symboles que pour GSM (270 Ksymbole/s) et avec le choix de la modulation 8-PSK, on triple le débit en bits et on garde le même effet des interférences entre symboles que pour la norme GSM. Ainsi, le canal de communication gardera sa même longueur  $N \geq 4$  et la complexité de la DSMV, proportionnelle à  $|\mathcal{C}|^{N-1} = 8^{N-1}$ , devient inacceptable. Des techniques sous-optimales de la DSMV (qui est supposée être le récepteur optimal [For73] malgré que le choix d'autres égaliseurs est aussi possible) doivent alors être développées. Quant à l'annulation des interférences co-canal, nous continuerons à proposer pour la norme EDGE le récepteur ICMF suivi par l'algorithme de Viterbi opérant sur un signal scalaire. Par contre, en utilisant la modulation 8-PSK (ou toute autre modulation multidimensionnelle), on ne peut plus bénéficier du dédoublement du nombre de voies.

La méthode la plus sous-optimale (utilisée actuellement pour les canaux montagneux HI

par la norme GSM) pour réduire la complexité consiste à négliger une partie du canal au-delà d'une certaine durée [McL80]. Une dégradation significative des performances est remarquée lorsque le canal est à phase non minimale, ce qui est toujours le cas. Une version modifiée de cette méthode, appelée TSVA (*Tap Selectable Viterbi Algorithm*) [IK95, BM96, McG97], consiste à forcer à zéro les plus faibles coefficients de la réponse impulsionnelle. Ainsi, les symboles non utilisés à chaque instant sont stockés dans la mémoire et des treillis réduits ayant une complexité  $|\mathcal{C}|^n$  ( $n < N - 1$ ) sont construits.

Une méthode que nous appelons *égalisation partielle* consiste à filtrer le signal reçu par un filtre linéaire de telle sorte que la réponse impulsionnelle désirée (RID) qui est la cascade du filtre linéaire et du canal de communication soit plus courte que ce dernier. Dans un contexte monovoie, la minimisation de l'erreur quadratique moyenne est souvent le critère utilisé [QN73, FM73, CK74]. Un filtrage optimal doit minimiser la probabilité d'erreur ou maximiser la distance euclidienne minimale  $d_{min}^2(\mathcal{E})$  [Bea78] qui apparaît dans l'argument de la fonction d'erreur  $Q$  [For72]. Vue la difficulté de développer des solutions analytiques, nous avons choisi la maximisation du rapport signal à bruit à la sortie du filtre de réception.

Une méthode plus sophistiquée, proposée par Duel-Hallen [DHH89, AG97], consiste à incorporer l'action de réduction de la mémoire d'un canal à phase minimale (filtre de retour d'un ERD) directement dans la métrique de l'algorithme de Viterbi. En absence de la coloration du bruit thermique, le calcul de la métrique est simple. Dans tous les autres cas, un traitement optimal doit prendre en compte cette couleur. Il est clair que les performances de ces méthodes varient entre celles d'un égaliseur linéaire ou avec retour de décisions (prédictif dans un cas particulier) et de la DSMV sur le canal non raccourci.

Finalement, une technique différente des approches précédentes consiste à réduire le nombre d'états dans le treillis sans modifier le canal de communication. Elle pourra être la plus intéressante en pratique.

La dérivation des expressions de probabilité d'erreur atteintes par les récepteurs à complexité réduite est très difficile, en général. Des approximations au premier et au second ordre ont été considérées dans [McL80]. Nous considérons dans la suite la BFA dont nous dérivons l'expression dans le cas d'un canal estimé et d'une matrice de covariance du bruit quelconque.

## 7.1 Réduction du nombre d'états dans le treillis

Afin de réduire la complexité de l'algorithme de Viterbi, des approches heuristiques ont été proposées dans la littérature. Le *M-algorithm* sélectionne à chaque instant les plus probables  $M$  chemins survivants (ayant les plus faibles métriques) [JA71, AM84]. A l'instant suivant, ces chemins seront étendus et la procédure recommence par la sélection de nouveaux  $M$  chemins. Le *T-algorithm* est une procédure similaire mais qui retient tous les chemins dont la métrique est inférieure à un certain seuil. Ainsi, le nombre de chemins est variable dans le temps. La généralisation de l'algorithme de Viterbi a été considérée dans [Has87] où  $S$  chemins survivent pour  $|\mathcal{C}|^n$  états. Le cas particulier de  $n = 0$  et  $S = M$  correspond au *M-algorithm* alors que celui de  $n = N - 1$  et  $S = 1$  correspond à l'algorithme de Viterbi.

Foschini a démontré que la performance de la DSMV est atteignable, pour des RSB élevés, en gardant à chaque instant un sous-ensemble d'états [Fos77]. Lorsque ces derniers sont choisis de telle sorte qu'ils maximisent la distance euclidienne minimale  $\Delta_k$  [Ung82], on retrouve la méthode d'Eyuboglu et Qureshi [EQ88]. Un bon compromis complexité/performance résulte d'un choix différent de la méthode de répartition [KBN96]. A chaque vecteur d'état

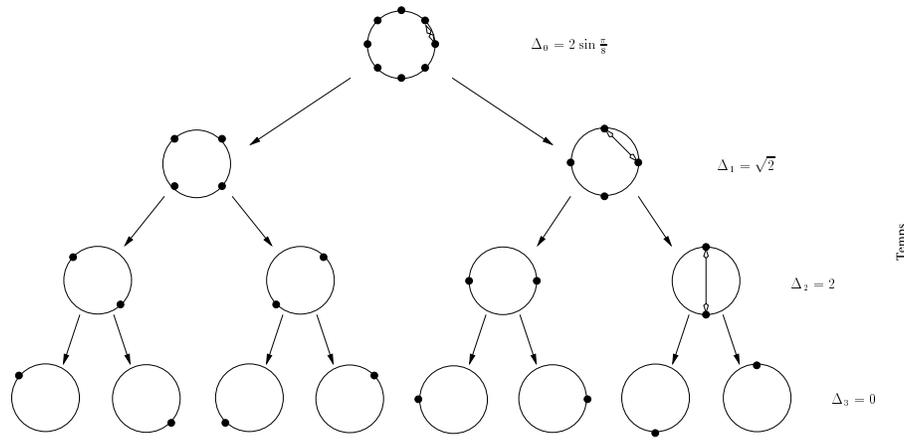


FIG. 7.1 – Répartition de la constellation 8-PSK en sous-ensembles selon l'ordre croissant de la distance minimale:  $\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2$ .

$[d_{k-N+1} \cdots d_{k-1}]$  on associe le vecteur de super-état  $[\check{d}_{k-N+1} \cdots \check{d}_{k-1}]$ . Ainsi, on définit pour le symbole  $d_{k-i}$ , ayant une des  $|\mathcal{C}| = 8$  valeurs possibles, un état  $\check{d}_{k-i}$  qui peut prendre  $\mathcal{I}_i$  valeurs. Les entiers  $\mathcal{I}_i$  sont ordonnés dans l'ordre décroissant ( $\mathcal{I}_1 \geq \mathcal{I}_2 \geq \cdots \geq \mathcal{I}_{N-1}$ ) et la complexité passe de  $8^{N-1}$  à  $\prod_{i=1}^{N-1} \mathcal{I}_i$ . Le choix de  $\mathcal{I}_i = 8 \forall i$  correspond à l'algorithme de Viterbi sans réduction de complexité. Par contre, le choix de  $\mathcal{I}_i = 8 \forall i < n$  et  $\mathcal{I}_i = 1$  pour  $n \leq i < N - 1$  correspond à l'approche [DHH89] lorsque le canal est à phase minimale. Des variantes intermédiaires de l'algorithme sont envisageables pour un choix différent des entiers  $\mathcal{I}_i$ .

## 7.2 Borne de filtre adapté dans le cas d'un canal et/ou d'une matrice de covariance du bruit estimé

Considérons le modèle de données multivoie  $\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(q)a_k + \mathbf{v}_k$  et la dérivation de la BFA correspondant au problème de la DSMV utilisant un canal estimé  $\widehat{\mathbf{H}}$  et supposant que la matrice de covariance du bruit est  $\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}$  alors que sa valeur réelle est  $\mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \mathbb{E}[\mathbf{V}\mathbf{V}^H]$ . Le problème de la DSMV se ramène dans ce cas à la minimisation d'un critère de moindres carrés pondéré

$$\min_{A \in \mathcal{C}^{L+N-1}} \left\| \mathbf{Y} - \mathcal{T}(\widehat{\mathbf{H}})A \right\|_{\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}}^2. \quad (7.1)$$

Afin d'obtenir la BFA, on se concentre sur la détection d'un seul symbole  $a_k$  en supposant que les autres symboles  $\bar{A}_k$  sont connus (détectés parfaitement) [SC96b]:  $\mathcal{T}(\widehat{\mathbf{H}})A = \widehat{\mathcal{T}}_{a_k} a_k + \widehat{\mathcal{T}}_{\bar{A}_k} \bar{A}_k$ . Le vecteur  $\widehat{\mathcal{T}}_{a_k}$  est la colonne de  $\mathcal{T}(\widehat{\mathbf{H}})$  qui est multipliée par le symbole  $a_k$ ,  $\widehat{\mathcal{T}}_{\bar{A}_k}$  est la matrice  $\mathcal{T}(\widehat{\mathbf{H}})$  dont la colonne  $\widehat{\mathcal{T}}_{a_k}$  a été enlevée, le vecteur  $\bar{A}_k$  contient les symboles passés et futurs au symbole  $a_k$ . Les vecteurs  $\widehat{\mathcal{T}}_{a_k} a_k$  et  $\widehat{\mathcal{T}}_{\bar{A}_k} \bar{A}_k$  contiennent respectivement la contribution du symbole  $a_k$  et les autres symboles dans le paquet. Si la contribution des symboles connus est enlevée du signal reçu, on peut réécrire le critère (7.1) comme

$$\min_{a_k \in \mathcal{C}} \left\| \left[ \mathbf{Y} - \widehat{\mathcal{T}}_{\bar{A}_k} \bar{A}_k \right] - \widehat{\mathcal{T}}_{a_k} a_k \right\|_{\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1}}^2. \quad (7.2)$$

Il admet pour solution

$$\begin{cases} \hat{a}_k &= \text{dec} \{z_k\} \\ z_k &= a_k + \left( \widehat{\mathcal{T}}_{a_k}^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \widehat{\mathcal{T}}_{a_k} \right)^{-1} \widehat{\mathcal{T}}_{a_k}^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \left[ \mathbf{V} + \mathcal{T}(\widetilde{\mathbf{H}})A \right] \end{cases} \quad (7.3)$$

où  $\widetilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} - \widehat{\mathbf{H}}$ , l'opérateur  $^H$  est celui de transposé hermitien et  $\text{dec}\{\cdot\}$  est l'opérateur de décision qui choisit l'élément de l'alphabet  $\mathcal{C}$  le plus proche de son argument. Notons par  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$  le rapport signal à bruit à l'entrée de l'élément de décision. A l'instant  $k$  et avec la notation simplifiée  $\widehat{\mathcal{T}}_{a_k} = \widehat{\mathcal{T}}_k$  et  $\mathcal{T}(\widetilde{\mathbf{H}}) = \widetilde{\mathcal{T}}$ , on peut écrire

$$\text{RSB}_{\text{BFA}}(k) = \frac{\sigma_a^2 (\widehat{\mathcal{T}}_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \widehat{\mathcal{T}}_k)^2}{\widehat{\mathcal{T}}_k^H \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} (\sigma_a^2 \widetilde{\mathcal{T}} \widetilde{\mathcal{T}}^H + \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}) \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \widehat{\mathcal{T}}_k}. \quad (7.4)$$

Cette valeur peut varier, à cause des effets de bords, selon la position du symbole dans le paquet. On considèrera sa valeur moyenne par symbole

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{1}{L + N - 1} \sum_{k=-N+2}^L \text{RSB}_{\text{BFA}}(k) \quad (7.5)$$

qui est équivalente asymptotiquement (quand  $L \rightarrow \infty$ ) au  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$  correspondant au cas d'une transmission continue:

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{\sigma_a^2 \left( \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \widehat{\mathbf{h}}^\dagger \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \widehat{\mathbf{h}} \right)^2}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \widehat{\mathbf{h}}^\dagger \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} (\sigma_a^2 \widetilde{\widehat{\mathbf{h}} \widehat{\mathbf{h}}^\dagger} + S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}) \widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1} \widehat{\mathbf{h}}}, \quad (7.6)$$

$S_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(z)$  est la d.s.p. du bruit  $\mathbf{v}_k$  et  $\widehat{\mathbf{h}}^\dagger(z) = \widehat{\mathbf{h}}^H(1/z^*)$ . Les valeurs estimées sont notées par  $\widehat{S}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}(z)$  et  $\widehat{\mathbf{h}}^\dagger(z)$ .

Une borne supérieure de la probabilité d'erreur de symboles pour une constellation 8-PSK utilisée par la norme EDGE [WPB98] est donnée par [Cio95]  $P_e = 2Q(\sqrt{\text{BFA}}) = \text{erfc}(\sqrt{\frac{\text{BFA}}{2}})$  où  $\text{BFA} = \text{RSB}_{\text{BFA}} \sin^2 \frac{\pi}{8}$ .

## 7.3 Raccourcissement par un filtrage linéaire

### 7.3.1 Filtre de forçage à zéro

Dans cette section, on considère le problème de la DSMV sur un signal scalaire  $x_k$  (FIG. 7.2)

$$x_k = \mathbf{f}(q)\mathbf{y}_k = b(q)a_{k-\Delta} + \mathbf{f}(q)\mathbf{v}_k = b(q)a_{k-\Delta} + w_k \quad (7.7)$$

résultant d'un filtrage du signal reçu vectoriel  $\mathbf{y}_k$  par un filtre  $\mathbf{f}(z)$  vérifiant  $\mathbf{f}(z)\mathbf{h}(z) =$

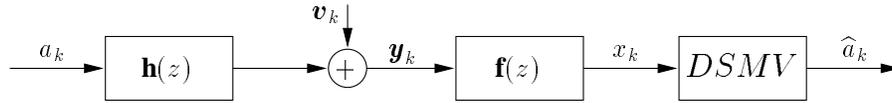


FIG. 7.2 – Raccourcissement de la longueur du canal par un filtre de forçage à zéro.

$z^{-\Delta}b(z)$  où  $\Delta$  est un retard et  $b(z) = \sum_{i=0}^n b_i z^{-i}$  est le canal raccourci avec  $n < N - 1$  et  $b_0=1$ . La densité spectrale de puissance du bruit  $w_k$  est donnée par  $S_{ww}(z) = \sigma_v^2 \mathbf{f}(z)\mathbf{f}^\dagger(z) = \frac{\sigma_u^2}{g(z)g^\dagger(z)} = \sigma_u^2 p(z)p^\dagger(z)$  où  $g(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i z^{-i}$  est le prédicteur d'ordre infini du signal  $w_k$  et  $\sigma_u^2$  est la variance de l'erreur de prédiction  $u_k = g(q)w_k$ . Pour le problème  $\|x_k - b(q)a_{k-\Delta}\|_{S_{ww}^{-1}}^2$ , la relation (7.6) se simplifie en

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{\sigma_a^2}{2\pi j \sigma_v^2} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger P_{\mathbf{f}^\dagger} \mathbf{h} \leq \frac{\sigma_a^2}{2\pi j \sigma_v^2} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger \mathbf{h}, \quad (7.8)$$

où  $P_{\mathbf{f}^\dagger} = \frac{\mathbf{f}^\dagger \mathbf{f}}{\mathbf{f}^\dagger \mathbf{f}}$  est la projection orthogonale sur  $\mathbf{f}^\dagger(z) = \sum_i \mathbf{f}_i^H z^i$ . Le filtre  $\mathbf{f}(z)$  correspond dans le cas  $n = 0$  à l'égaliseur de forçage à zéro (EFZ). Une stratégie possible de l'égalisation consiste à utiliser le canal raccourci  $b(z)$  dans l'algorithme de Viterbi. Pour que la prise en compte de la couleur du bruit  $S_{ww}$  n'augmente pas la mémoire du canal  $b(z)$ , il faut filtrer la séquence d'erreur pour chaque chemin survivant par le prédicteur  $g(z)$ . Ainsi, la DSMV minimise le critère

$$\min_{a_{k-\Delta} \in \mathcal{C}} \sum_k |u_k|^2 = \min_{a_{k-\Delta} \in \mathcal{C}} \|g(q)[x_k - b(q)a_{k-\Delta}]\|^2. \quad (7.9)$$

En pratique, et afin de réduire la complexité, un prédicteur  $g_l(z) = \sum_{i=0}^l g_i z^{-i}$  d'ordre fini  $l$  du signal  $w_k$  sera utilisé. Le critère à considérer par la DSMV est alors

$$\min_{a_{k-\Delta} \in \mathcal{C}} \sum_k |u_{l,k}|^2 = \min_{a_{k-\Delta} \in \mathcal{C}} \|g_l(q)[x_k - b(q)a_{k-\Delta}]\|_{\hat{S}_{u_l u_l}^{-1}}^2 \quad (7.10)$$

où  $\widehat{S}_{u_l u_l}$  est une estimée de la d.s.p du signal  $u_{l,k} = g_l(q)w_k$  donnée par  $S_{u_l u_l} = g_l S_{w w} g_l^\dagger$ . Généralement, on suppose que le bruit  $u_{l,k}$  est blanc et on aura comme performance réduite

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{\sigma_a^2 \left[ \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger g_l g_l^\dagger \mathbf{f}^\dagger \mathbf{f} \mathbf{h} \right]^2}{\frac{\sigma_v^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger (g_l g_l^\dagger \mathbf{f}^\dagger \mathbf{f})^2 \mathbf{h}} \xrightarrow{l \rightarrow \infty} \frac{\sigma_a^2}{2\pi j \sigma_v^2} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger P_{\mathbf{f}} \mathbf{h}. \quad (7.11)$$

On peut démontrer qu'un filtrage linéaire optimal garde toute l'information (sur les symboles) en passant du signal multivoie à un signal scalaire. En effet, la borne supérieure de l'expression (7.8) est toujours atteinte par le problème de la DSMV optimal (7.9) dans le cas où  $\mathbf{f}(z)$  est parallèle au filtre adapté  $\mathbf{h}(z)$  ( $\mathbf{f}(z) = \alpha(z)\mathbf{h}^\dagger(z)$ ) et ceci est toujours vrai dans le cas monovoie ( $m = 1$ ) quelque soit  $n$ . Il s'agit dans les deux cas d'un filtre de longueur infinie. Cependant, le choix de  $\mathbf{f}(z)$  est critique dans le second cas lorsque le critère simplifié (7.10) est considéré avec  $l = 0$  et  $\widehat{S}_{u_l u_l}^{-1}(z) = \sigma_w^2$ . Nous démontrons dans l'appendice qu'il ne faut pas égaliser les zéros les plus proches du cercle unité afin de ne pas détériorer les performances (7.11) de l'approche pratique (7.10) ou afin de minimiser la propagation d'erreurs dans l'approche optimale (7.9).

Dans le cas  $n = 0$ ,  $b(z) = 1$  et  $\mathbf{f}(z)$  est un EFZ. L'approche (7.9) correspond, alors, à un égaliseur avec retour de décisions de structure prédictive (Predictive DFE) [BP79]. L'approche sous-optimale de (7.10) avec  $g_l(z) = 1$  ( $l = 0$ ) et  $\widehat{S}_{u_l u_l}(z) = \sigma_w^2$  (ou donc  $\widehat{S}_{u_l u_l}^{-1}(z) = 1$ ) correspond à l'égaliseur linéaire. Pour ce cas, le rapport signal à bruit à l'entrée de l'élément de décision est  $\text{RSB}_{\text{EFZ}} = \frac{\sigma_a^2}{\frac{\sigma_v^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{f}^\dagger \mathbf{f}}$ . L'inégalité de Cauchy-Schwartz indique que  $1 \leq \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{f}^\dagger \mathbf{f} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{1}{\mathbf{f}^\dagger}$  et par conséquent, le  $\text{RSB}_{\text{EFZ}}$  est inférieur au  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$  de l'expression (7.8) ( $\mathbf{f} \mathbf{h} = 1$ ).

La maximisation absolue de (7.8) doit forcer le filtre  $\mathbf{f}(z)$  à suivre la direction de  $\mathbf{h}^\dagger(z)$ . Sans cette contrainte, on aura un problème d'optimisation non linéaire (ordre 4 en  $\mathbf{f}$ ). Afin de simplifier ce problème et par conséquent donner des expressions explicites du filtre  $\mathbf{f}(z)$  de longueur finie dans le cas multivoie, nous allons choisir un critère sous-optimal. Dans le cas général de  $b(z) \neq 1$ , on peut vérifier par l'inégalité de Cauchy-Schwartz que

$$\sigma^2 = e^{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \ln b^\dagger b} \leq \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{f}^\dagger \mathbf{f} \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{b^\dagger b}{\mathbf{f}^\dagger}.$$

et par conséquent que  $\text{RSB}_{\text{BFA}} \geq \text{SNR}_{\text{ERDFZ}} = \frac{\sigma_a^2 \sigma^2}{\sigma_v^2 \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{f}^\dagger \mathbf{f}}$ . Cette borne correspond au rapport signal à bruit à l'entrée de l'élément de décision d'un égaliseur avec retour de décisions et de forçage à zéro (ERDFZ). L'expression fréquentielle de l'erreur de prédiction  $\sigma^2$  est une application de l'égalité de Jensen<sup>1</sup> [ZD63, Sal73]. D'autre part, on peut démontrer que  $\text{SNR}_{\text{ERDFZ}} \leq \text{RSB}_{\text{RFZ}} = \frac{\sigma_a^2 \|b\|^2}{\sigma_v^2 \|\mathbf{f}\|^2}$ . Une démonstration possible fait appel à l'inégalité de

---

1. Si  $p(z) = \sum_k p_k z^{-k} = \prod_i (1 - z_i z^{-1})$  est analytique dans le disque unité ( $|z| \leq 1$ ) tel que  $p_0 \neq 0$  et  $|z_i| < 1$  alors  $\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \ln[p(z)] = \ln|p_0| - \sum_i \ln|z_i|$ .

Jensen pour écrire, pour une densité spectrale de puissance  $S(z)$  et avec le choix spécifique de  $f(x) = -\ln(x)$ ,

$$\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \ln[S(z)] \leq \ln\left[\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} S(z)\right].$$

Nous espérons que les extrémums du (critère sous-optimal à maximiser)  $\text{RSB}_{\text{RFZ}}$  et du  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$  sont proches pour ne pas dégrader la probabilité d'erreur d'une manière significative. Dans le domaine temporel, pour un ordre  $L - 1$  de  $\mathbf{f}(z)$  et pour un retard  $\Delta$ ,

$$\mathbf{F}\mathbf{Y} = [\mathbf{f}_{L-1} \cdots \mathbf{f}_0] \mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathcal{T}_S A_{n+1}(L-n-\Delta) + \mathbf{F}\mathcal{T}_{ER} \bar{A}_{n+1}(L-n-\Delta) + \mathbf{F}\mathbf{V}, \quad (7.12)$$

$\mathcal{T}_S$  contient  $n + 1$  colonnes de  $\mathcal{T}(\mathbf{H})$  correspondant aux symboles  $A_{n+1}(L-n-\Delta) = [a_{L-n-\Delta} \cdots a_{L-\Delta}]^T$ ,  $\bar{A}_{n+1}(L-n-\Delta)$  contient les autres symboles du paquet,  $\mathbf{F}\mathcal{T}_S = [b_n \cdots b_0]$  est la réponse impulsionnelle désirée alors que  $\mathbf{F}\mathcal{T}_{ER}$  décrit l'erreur due au raccourcissement (ER). Le critère (choisi) de forçage (de l'ER) à zéro est alors

$$\max_{\Delta, \mathbf{F}_{\mathcal{T}_{ER}=0}} \frac{\mathbf{F}\mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{F}^H}{\mathbf{F}\mathbf{F}^H}. \quad (7.13)$$

Le système  $\mathbf{F}\mathcal{T}_{ER} = 0$  contient  $mL$  inconnues et  $L + N - n - 1$  équations. Il admet au moins une solution lorsque la condition  $L \geq \lceil \frac{N-n-1}{m-1} \rceil$  est satisfaite, c'est à dire que  $\text{rang}\{\mathcal{T}_{ER}\} = L + N - n - 1 < mL$ . Dans ce cas,  $\mathbf{F}\mathcal{T}_{ER} = 0 \implies \mathbf{F}P_{\mathcal{T}_{ER}} = 0$  et

$$\mathbf{F}\mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{F}^H = \mathbf{F}(P_{\mathcal{T}_{ER}} + P_{\mathcal{T}_{ER}}^\perp) \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H (P_{\mathcal{T}_{ER}} + P_{\mathcal{T}_{ER}}^\perp) \mathbf{F}^H = \mathbf{F}P_{\mathcal{T}_{ER}}^\perp \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H P_{\mathcal{T}_{ER}}^\perp \mathbf{F}^H. \quad (7.14)$$

La solution du critère (7.13),  $\mathbf{F}^H$ , est donnée par le vecteur propre associé à la valeur propre maximale de la matrice  $P_{\mathcal{T}_{ER}}^\perp \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H P_{\mathcal{T}_{ER}}^\perp$ . La plus grande valeur choisie parmi toutes les valeurs propres maximales, évaluées pour tous les retards, correspond au retard optimal.

### Remarque

Le filtre  $\mathbf{f}(z)$  peut être proportionnel au filtre de prédiction linéaire du processus  $\mathbf{v}_k$ . Il s'agit dans ce cas d'une transformation sans perte (d'information sur la détection des symboles) d'un signal multivoie en un signal multivoie de même dimension. En effet,  $\mathbf{f}(z)$  est une matrice carrée et  $P_{\mathbf{f}^\dagger} = I$ .

### 7.3.2 Filtre minimisant l'erreur quadratique moyenne (EQM)

Le raccourcissement de la longueur du canal est basé dans cette section sur la méthode présentée dans [ADC96a] (FIG. 7.3). La DSMV opère dans ce cas sur le signal scalaire

$$x_k = \mathbf{f}(q)\mathbf{y}_k = b(q)a_{k-\Delta} + \tilde{b}(q)a_k + \mathbf{f}(q)\mathbf{v}_k = b(q)a_{k-\Delta} + \tilde{b}(q)a_k + w_k, \quad (7.15)$$

$\tilde{b}(z) = \mathbf{f}(z)\mathbf{h}(z) - z^{-\Delta}b(z)$  décrit l'erreur due au raccourcissement (ER). Le filtre  $\mathbf{f}(z)$  maximise, à sa sortie, le rapport signal à bruit plus ER:  $\text{RSBER} = \frac{\sigma_a^2 \|b\|^2}{\sigma_v^2 \|\mathbf{f}^\dagger\|^2 + \sigma_a^2 \|\tilde{b}\|^2}$ . Avec les notations de la section § 7.3.1, un filtre de longueur finie  $\mathbf{F}$  maximise pour un retard fixé le quotient de

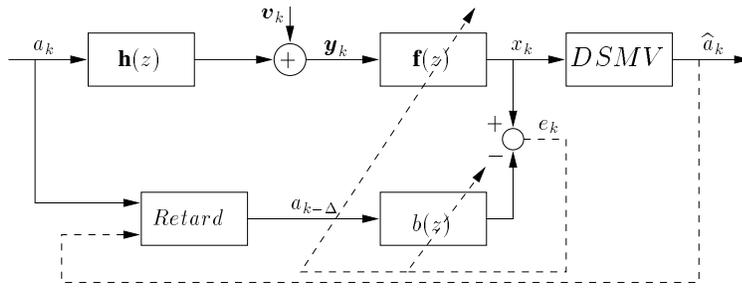


FIG. 7.3 – Raccourcissement de la longueur du canal par un filtre minimisant l'erreur quadratique moyenne.

Rayleigh [GL89]  $\frac{\sigma_a^2 \mathbf{F} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{F}^H}{\sigma_v^2 \mathbf{F} \mathbf{F}^H + \sigma_a^2 \mathbf{F} \mathcal{T}_{ER} \mathcal{T}_{ER}^H \mathbf{F}^H}$ . Le filtre  $\mathbf{F}^H$  est alors donné par le vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale de la matrice  $R_{BER}^{-1/2} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H R_{BER}^{-H/2}$  (ou  $R_{BER}^{-1} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H$ ) où  $R_{BER} = \sigma_v^2 I + \sigma_a^2 \mathcal{T}_{ER} \mathcal{T}_{ER}^H$  est la matrice de covariance du bruit et de l'erreur de raccourcissement. En appliquant la relation (7.6), on peut vérifier que la performance du problème  $\|x_k - b(q)a_{k-\Delta}\|_{S_w^{-1}}^2$  est

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{\sigma_a^2 \left[ \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{b^\dagger b}{\sigma_v^2 \mathbf{f} \mathbf{f}^\dagger} \right]^2}{\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{b^\dagger b}{\sigma_v^2 \mathbf{f} \mathbf{f}^\dagger} + \frac{\sigma_a^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \frac{b^\dagger b \bar{b}^\dagger b}{\sigma_v^4 (\mathbf{f} \mathbf{f}^\dagger)^2}} \quad (7.16)$$

alors que celle du problème simplifié  $\min_{a_{k-\Delta} \in \mathcal{C}} \|x_k - b(q)a_{k-\Delta}\|^2$  est

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{\sigma_a^2 \|b\|^4}{\sigma_a^2 \|\tilde{b}b\|^2 + \frac{\sigma_v^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} b^\dagger \mathbf{f} \mathbf{f}^\dagger b}. \quad (7.17)$$

## 7.4 Raccourcissement par un égaliseur avec retour de décisions

Afin d'éviter l'amplification du bruit inhérente aux (pré-)égaliseurs linéaires, le raccourcissement de la longueur du canal par un égaliseur avec retour de décisions (ERD) a été proposé dans [DHH89]. Le signal reçu  $\mathbf{y}_k$  est filtré tout d'abord par un filtre adapté passe-tout  $\frac{\mathbf{h}^\dagger(z)}{\alpha c^\dagger(z)}$  où  $c^\dagger(z)$  est le facteur spectral à phase maximale de  $\mathbf{h}^\dagger(z)\mathbf{h}(z)$ ;  $\mathbf{h}^\dagger(z)\mathbf{h}(z) = \alpha c^\dagger(z)c(z)$  et  $c_0 = 1, \alpha > 0$ . Le bruit  $n_k$  (FIG. 7.4) à la sortie du filtre avant reste blanc et aura pour variance  $\frac{\sigma_v^2}{\alpha}$ . Décomposons le filtre  $c(z)$  en  $\bar{c}(z) = \sum_{i=0}^n c_i z^{-i}$  et  $\tilde{c}(z) = \sum_{i=n+1}^{N-1} c_i z^{-i}$  et retranchons du signal  $x_k$  pour chaque chemin survivant la contribution induite par  $\tilde{c}(z)$ . Ainsi, la DSMV est effectuée sur le signal  $z_k = \bar{c}(z)a_k + n_k$  où  $S_{n_n}(z) = \frac{\sigma_v^2}{\alpha}$ . De nouveau, on peut appliquer le

résultat de la section § 7.2 pour évaluer le

$$\text{RSB}_{\text{BFA}} = \frac{\alpha \sigma_a^2}{\sigma_v^2} \sum_{i=0}^n |c_i|^2 \leq \frac{\alpha \sigma_a^2}{\sigma_v^2} \sum_{i=0}^{N-1} |c_i|^2 = \frac{\sigma_a^2}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} \mathbf{h}^\dagger \mathbf{h} \quad (7.18)$$

Il est à remarquer que l'ERD utilisé est celui de forçage à zéro avec minimisation de l'erreur quadratique moyenne [CDEF95]. Afin d'éviter la complexité linéaire résultant du filtrage de

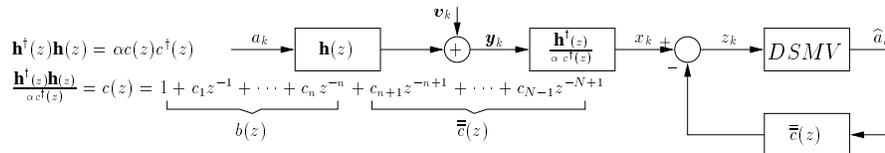


FIG. 7.4 – Raccourcissement de la longueur du canal par un égaliseur avec retour de décisions.

tous les chemins survivants, il a été proposé [LJ77] de produire des décisions préliminaires par un ERD, de générer le signal  $z_k$  et de faire la DSMV. Cependant, les deux méthodes sont équivalentes vis-à-vis de la BFA.

## 7.5 Résultats de simulations

On considère des environnements de propagation typiques pour EDGE: rural (RU), urbain (TU) et urbain difficile (BU). Pour ces environnements, on considère des canaux statistiques ayant 6 impulsions spécifiés par l'ETSI [ETS95]. Les courbes de probabilité d'erreur sont obtenues en moyennant sur 100 réalisations indépendantes de canaux en fonction de l'ordre du canal raccourci (soit par un filtrage linéaire soit en utilisant un égaliseur avec retour des décisions). Un seul capteur est utilisé à la réception et le facteur de suréchantillonnage étant égal à  $p = 2$ . Le rapport signal à bruit est défini par  $\text{RSB} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_v^2} \|\mathbf{H}\|^2$  et il est fixé à 20dB. Le filtre de transmission étant la modulation GMSK linéarisée par moindres carrées [TS99a] alors que le filtre de réception est un filtre passe-bas idéal de moitié de largeur de bande  $\frac{p}{2T}$ . La figure 7.5a illustre des courbes de probabilité d'erreur correspondant au raccourcissement de la longueur du canal par un égaliseur de forçage à zéro ou minimisant l'erreur quadratique moyenne à sa sortie. Des abréviations du type FZ ou EQM apparaissent, selon le cas, dans la légende. Si le filtre  $\mathbf{f}(z)$  est choisi de telle sorte qu'il maximise le RSB à sa sortie alors rsb est utilisé dans la légende. Par contre bfa correspond au cas où le filtre  $\mathbf{f}(z)$  maximise la BFA. L'abréviation blc (blanc) correspond au cas où on ignore la couleur du bruit, c'est à dire que les bornes du filtre adapté sont données par les expressions (7.11) et (7.17) alors que les valeurs optimales (si la couleur du bruit a été prise en compte correctement dans le critère de la DSMV) sont celles des expressions (7.8) et (7.16). Dans la figure 7.5b, le raccourcissement de la longueur du canal par un égaliseur avec retour de décisions est considéré. On montre des courbes de probabilité d'erreur obtenues en moyennant sur 100 réalisations de canaux

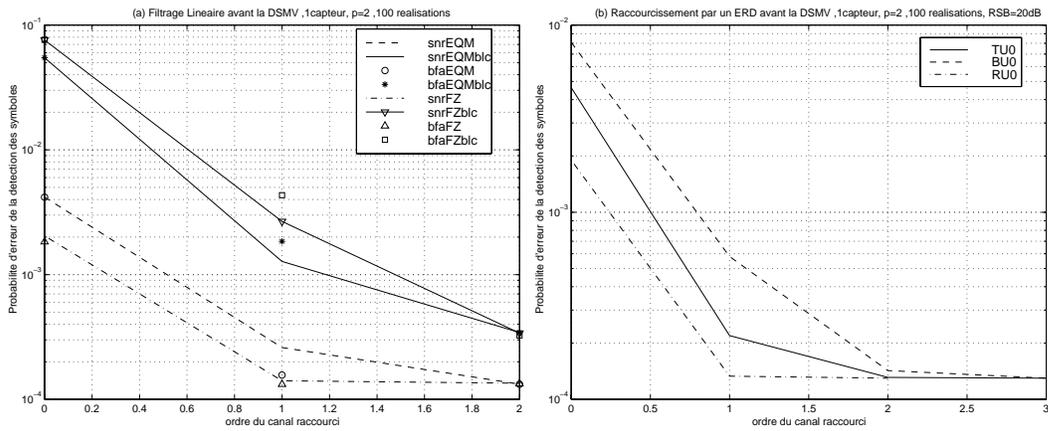


FIG. 7.5 – Probabilité d'erreur en fonction de l'ordre  $n$  du canal raccourci: (a) par un filtrage linéaire pour l'environnement urbain (TU0), (b) par un ERD pour les environnements TU0, BU0 et RU0.

pour les trois types d'environnements (RU0, TU0, BU0). La figure 7.6 montre des courbes de probabilité d'erreur obtenues en moyennant sur 100 réalisations de canaux correspondant à l'environnement TU0. Le raccourcissement dans ce cas monovoie est une égalisation partielle des zéros du canal initial. Nous comparons les performances correspondant à deux façons d'arrangement des zéros.

Les simulations montrent dans le cas bivoie qu'on peut raccourcir les canaux jusqu' à l'ordre un sans crainte de pertes significatives des performances. Toutefois, il faut considérer la bonne métrique dans l'algorithme de Viterbi (prendre en compte correctement la matrice de covariance du bruit dans le critère de la DSMV). Les performances des récepteurs à complexité réduite varient entre celles d'un égaliseur linéaire ou avec retour de décisions et celles de la DSMV sur le canal non raccourci.

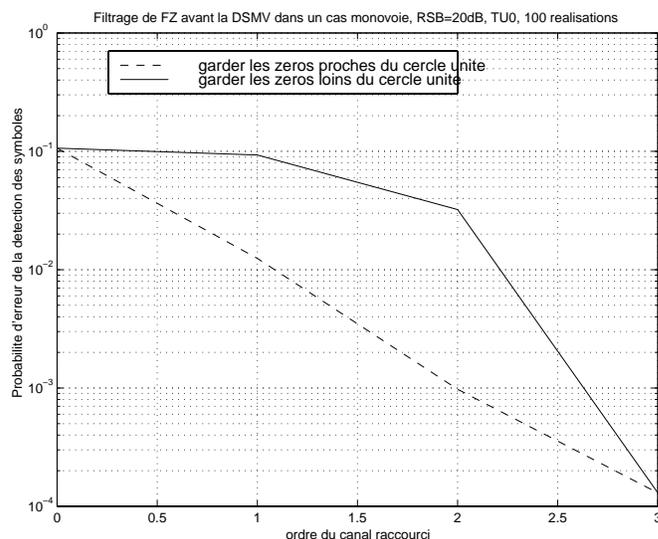


FIG. 7.6 – Probabilité d'erreur en fonction de l'ordre du canal raccourci par égalisation partielle des zéros de  $\mathbf{h}(z)$  pour l'environnement TU0.

## 7.6 Commentaires sur la réduction conjointe des interférences et de la mémoire du canal d'un utilisateur donné

Les idées présentées dans ce chapitre peuvent être appliquées sur le signal scalaire à la sortie de l'ICMF. L'analyse des performances de la DSMV qui ignore la couleur du bruit (bruit thermique et interférences filtrées et atténuées) de ce signal, par la BFA, est simple (en utilisant l'expression 7.6). Toutefois, il faut reconnaître que l'ICMF peut réduire conjointement

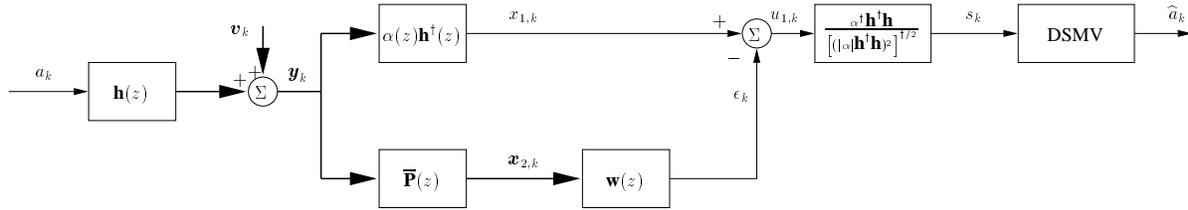


FIG. 7.7 – Récepteur à complexité réduite, optimal au sens de la DSMV, pour la détection d'un utilisateur donné dans un bruit gaussien circulaire.

les interférences co-canal et la mémoire du canal d'un utilisateur donné. Pour cela, il suffit de mettre dans la première branche un filtre, généralement de longueur infinie, proportionnel au filtre adapté (FIG. 7.7). En pratique, il faut considérer un ordre assez élevé du filtre de Wiener  $\mathbf{w}(z)$  (afin de compenser l'opération de raccourcissement); ce qui complique d'avantage son estimation par peu de symboles connus.

Une approche sous-optimale consiste à filtrer le signal reçu par un filtre linéaire de réduction conjointe des interférences et de la mémoire du canal de l'utilisateur considéré. Pour les deux types de filtrage (FZ et minimisation de l'EQM), nous supposons que la maximisation du rapport signal à bruit est un critère raisonnable. Dans ce cas, le filtre de FZ est donné par

$$\mathbf{F}^H = \arg \min_{\mathbf{F}, \mathbf{F}^H} \frac{\sigma_a^2 \mathbf{F} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{F}^H}{\mathbf{F} \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} \mathbf{F}^H} = \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-H/2} \mathcal{V}_{\max} \left( P^\perp \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \mathcal{T}_{ER} \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-H/2} P^\perp \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \mathcal{T}_{ER} \right) \quad (7.19)$$

alors que celui minimisant l'EQM est donné par

$$\mathbf{F}^H = \arg \min_{\mathbf{F}} \frac{\sigma_a^2 \mathbf{F} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{F}^H}{\mathbf{F} \mathbf{R}_{BIER} \mathbf{F}^H} = \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-H/2} \mathcal{V}_{\max} \left( \mathbf{R}_{BIER}^{-1} \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \mathcal{T}_S \mathcal{T}_S^H \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-H/2} \right), \quad (7.20)$$

$\mathbf{R}_{BIER} = \mathbf{I} + \sigma_a^2 \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-1/2} \mathcal{T}_{ER} \mathcal{T}_{ER}^H \mathbf{R}_{\mathbf{v}\mathbf{v}}^{-H/2}$ . Le filtre  $\mathbf{F}$  doit être assez long pour réduire les interférences et raccourcir le canal. Cette approche, plus complexe dans le cas d'un bruit coloré que dans le cas d'un bruit blanc, nécessite non seulement la connaissance du canal de l'utilisateur considéré mais aussi la matrice de covariance exacte du bruit.

## 7.7 Conclusion

Nous avons proposé et analysé dans ce chapitre quelques structures de récepteurs susceptibles d'être utilisées dans la troisième génération des systèmes mobiles utilisant l'AMRT. Nous avons démontré en particulier que l'implémentation correcte (c'est à dire en prenant en compte la couleur du bruit correctement dans la métrique de la DSMV) des structures bien connues (forçage à zéro,...) peut donner les mêmes performances que la DSMV opérant directement sur le signal reçu. Actuellement, nous sommes intéressés à l'estimation des paramètres par une courte séquence d'apprentissage et à l'implémentation réelle de ces récepteurs (Viterbi simplifié).

### Appendice: Egalisation partielle monovoie

En pratique les zéros d'un canal sont différents avec une probabilité certaine. Nous factorisons le canal comme  $\mathbf{h}(z) = (1 - z_1 z^{-1})b(z)$  où  $b(z) = \prod_{i=2}^{N-1} (1 - z_i z^{-1})$ . Le terme  $\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} b^\dagger b$  est indépendant de  $z_1$ . Comme la fonction  $\frac{b^\dagger b \mathbf{f} \mathbf{f}^\dagger}{z} = \frac{\prod_{i=2}^{N-1} (z - z_i)(1 - z_i^* z)}{z^{N-2} (z - z_1)(1 - z_1^* z)}$  présente deux poles simples  $z = z_1$  et  $z = z_1^{-*}$  et un pole  $z = 0$  de multiplicité  $N - 2$ , alors  $\frac{1}{2\pi j} \oint \frac{dz}{z} b^\dagger b \mathbf{f} \mathbf{f}^\dagger = R_0 + R_{z_1} + R_{z_1^{-*}}$  où  $R_0 = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{d^{N-3}}{dz^{N-3}} \left[ \frac{\prod_{i=2}^{N-1} (z - z_i)(1 - z_i^* z)}{(z - z_1)(1 - z_1^* z)} \right]$ ,  $R_{z_1} = \frac{\prod_{i=2}^{N-1} (z_1 - z_i)(1 - z_i^* z_1)}{z_1^{N-2} (1 - |z_1|^2)}$  et  $R_{z_1^{-*}} = z_1^* R_{z_1}^*$ . Par définition, le  $\text{RSB}_{\text{BFA}}$  de l'expression (7.11) est strictement positif. On peut vérifier, d'après ce qui précède, qu'il tend vers zéro lorsque  $|z_1| \rightarrow 1$ .

# Conclusion générale

Nous avons analysé et implémenté un récepteur canonique pour l'annulation (ou la réduction) des interférences co-canal assez fréquentes dans les systèmes mobiles cellulaires utilisant l'accès multiple par répartition temporelle. Nous avons démontré que ce récepteur est la solution d'un problème, connu en traitement d'antenne, qui est celui de la minimisation de variance à la sortie d'un formateur de voies sous des contraintes linéaires. L'optimalité de la structure du récepteur proposé, au sens de la détection de séquences par maximum de vraisemblance, a été démontrée. Notre intérêt particulier à la norme GSM nous a permis d'exploiter une source additionnelle de diversité totale et par conséquent, d'améliorer les performances des récepteurs multivoie. Nous avons démontré que cette amélioration peut résulter, d'une manière équivalente, d'un traitement adéquat de la nature non circulaire des signaux utilisés par cette norme.

Nous avons démontré que ce récepteur est aussi approprié pour la norme EDGE à condition de réduire la complexité de la détection de séquences par maximum de vraisemblance. Dans ce cas, le récepteur est la cascade de trois opérations: une annulation des interférences, une égalisation partielle d'un canal monovoie et une détection de séquences basée sur un signal scalaire.

Afin d'implémenter ce récepteur, nous avons étudié deux approches. Dans la première, nous avons essayé d'améliorer les qualités d'estimation du canal de l'utilisateur considéré et/ou du spectre du signal reçu par le biais des méthodes de maximum de vraisemblance. La méthode proposée de maximum de vraisemblance déterministe souffre des problèmes de complexité, qui peuvent être résolus en absence des interférences par l'algorithme des moindres carrés séquentiel [Sch91], et de vitesse de convergence vers un minimum local. En ajoutant l'hypothèse gaussienne, sans pouvoir la justifier concrètement, sur les symboles inconnus, nous avons démontré que nous pouvons améliorer l'estimation du canal. Cette information additionnelle, asymptotiquement finie, a été exploitée partiellement dans l'algorithme proposé. Malgré les problèmes que nous avons énuméré dans le chapitre correspondant, nous pensons que cette approche est prometteuse et elle mérite des recherches plus approfondies. La seconde approche, utilisée dans l'implémentation du récepteur, est basée sur l'exploitation des spécifications de la norme GSM. Nous avons étudié, en particulier, l'apport de la connaissance a priori du filtre de mise en forme à la performance d'un système mobile. Contrairement aux résultats de nos simulations, qui ignorent les interférences des canaux adjacents, cet apport risque d'être négligeable en pratique.

Finalement, nous signalons que l'implémentation du récepteur proposé peut être facilitée pour les générations futures lorsque la diversité du code [GS99] et/ou celle due à l'effet Dop-

pler [KS99] sera utilisée. Par contre, la diversité d'antennes s'avère primordiale dans les systèmes mobiles à haut débit utilisant l'AMRT lorsque des symboles appartenant à une constellation multidimensionnelle sont envoyés à travers un filtre de mise en forme ayant un excès en largeur de bande assez réduit. Etant donné que la taille du téléphone mobile représente la principale limitation commerciale de l'utilisation de plusieurs antennes, nous proposons de fabriquer des antennes co-localisées dont des cas particuliers ont été déjà considérés dans [RTC81, NP91].

# Bibliographie

- [ABKO98] D. Asztély, M. Bengtsson, M. Kristensson, and B. Ottersten. Spatio-Temporal Processing for Wireless Communications. In *Proc. of the 1st Annual UCSD Conference on Wireless Communications, February, 1998*.
- [ADC96a] N. Al-Dhahir and J. M. Cioffi. Efficiently Computed Reduced-Parameter Input-Aided MMSE Equalizers for ML Detection: A Unified Approach. *IEEE Trans. Information Theory*, 42(3), May 1996.
- [ADC96b] N. Al-Dhahir and J. M. Cioffi. Optimum Finite Length Equalization for Multicarrier Tranceivers. *IEEE Trans. Communications*, 44, Jan. 1996.
- [ADN99] F. Alberge, P. Duhamel, and M. Nikolova. Blind Identification/Equalization using Deterministic Maximum Likelihood and a Partial Information on the Input. In *Proc. Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, May 9-12 1999. Annapolis, MD, USA.
- [ADS97] J. Ayadi, L. Deneire, and D. T. M Slock. Approches Robustes à la Surdétermination de l'Ordre du Canal pour l'Estimation Aveugle de Canaux Multiples RIF. In *Proc. Seizième Colloque sur le traitement du signal et des images (GRETSI)*, 15-19 Sep. 1997. Grenoble, France.
- [AG97] S. Ariyavisitakull and L. J. Greenstein. Reduced Complexity Equalization Techniques for Broadband Wireless Channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 15, Jan. 1997.
- [AM84] J. B. Anderson and S. Mohan. Sequential Coding Algorithms: A Survey and Cost Analysis. *IEEE Trans. Communications*, COM-32, Feb. 1984.
- [And97] M. Andersin. Real Time Estimation of the Signal to Interference Ratio in Cellular Radio Systems. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1997. Phoenix (USA).
- [AO98a] D. Asztély and B. Ottersten. MLSE and Spatio-Temporal Interference Rejection Combining with Antenna Arrays. In *Proc. EUSIPCO'98, Rhodes, Greece, Sep. 8-11, 1998*.

- [AO98b] D. Asztély and B. Ottersten. On Spatio-Temporal Interference Rejection Combining with Antenna Arrays. In *Proc. of the Eighth IEEE Digital Signal Processing Workshop, Aug. 9-12, 1998*.
- [AS97] J. Ayadi and D. T. M Slock. Cramer-Rao Bounds and Methods for Knowledge Based Estimation of Multiple FIR Channels. In *Proc. SPAWC'97, Apr. 16-18 1997. Paris, France*.
- [AS98] J. Ayadi and D.T.M. Slock. Blind multichannel identification in the stationary colored noise case. In *Proc. of the 9<sup>th</sup> IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing: SSAP'98, Portland, Oregon, USA, Sep. 1998*.
- [Asz99] D. Asztély. *Spatial and Spatio-Temporal Processing with Antenna Arrays in Wireless Systems*. PhD thesis, Royal Institute of Technology (KTH), 1999.
- [Bap96] J. L. Bapat. *Partially Blind Identification of FIR Channels for QAM Signals*. PhD thesis, Pennsylvania State University, Aug. 1996.
- [BC98] G. E. Bottomley and S. Chennakeshu. Unification of MLSE Receivers and Extension to Time-Varying Channels. *IEEE Trans. Communications*, 46, Apr. 1998.
- [Bea78] C. Beare. The choice of the desired impulse response in combined linear-viterbi algorithm equalizers. *IEEE Trans. Communications*, 26(8), Aug. 1978.
- [BGFB94] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Siam, 1994.
- [BJ95] G. E Bottomley and K. Jamal. Adaptive Arrays and MLSE Equalization. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC), July 25-28 1995. Chicago, Illinois*.
- [BM96] N. Benvenuto and R. Marchesani. The Viterbi Algorithm for Sparce Channels. *IEEE Trans. Communications*, 44(3), Mar. 1996.
- [BP79] C. A. Belfiore and J. H. Park. Decision Feedback Equalization. *Proceedings of the IEEE*, 67(8), Aug. 1979.
- [BR94] L. A. Baccala and S. Roy. A New Time-Domain Blind Identification Method. *IEEE Signal Processing Letters*, 1(6), June 1994.
- [BS92] P. Balaban and J. Salz. Optimum Diversity Combining and Equalization in Digital Data Transmission with Applications to Cellular Mobile Radio. *IEEE Trans. Communications*, 40, May 1992.

- [BS97] T. A. Barton and S. T. Smith. Structured Covariance Estimation for Space-Time Adaptive Processing. In *Proc. ICASSP'97 Conference*, Apr. 21-24 1997. Munchen, Germany.
- [Cad88] J. A. Cadzow. Signal Enhancement-A Composite Property Mapping Algorithm. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 36, Jan. 1988.
- [Cad89] J. P. Le Cadre. Parametric Methods for Spatial Signal Processing in the Presence of Unknown Colored Noise Fields. *IEEE Trans. Signal Processing*, 37, July 1989.
- [CDEF95] J. M. Cioffi, G. P. Dudevoir, M. V. Eyuboglu, and G. D. Forney. MMSE Decision-Feedback Equalizers and Coding. Part 1: Equalization Results. *IEEE Trans. Communications*, 43(10), Oct. 1995.
- [CGKS92] M. V. Clark, L. J. Greenstein, W. K. Kennedy, and M. Shafi. Matched Filter Performance Bounds for Diversity Combining Receivers in Digital Mobile Radio. *IEEE Trans. Vehicular Technology*, 41(4), Nov. 1992.
- [Che95] P. Chevalier. Filtrage d'Antenne Optimal pour Signaux non Stationnaires. Concepts, Performances. In *Proc. Quinzième Colloque sur le traitement du signal et des images (GRETSI)*, 18-21 Sep. 1995. Juan-les-pins, France.
- [Che96] P. Chevalier. Optimal Time Invariant and Widely Linear Spatial Filtering for Radiocommunications. In *Proc. EUSIPCO'96, Trieste, Italy, Sep.*, 1996.
- [Cio95] J. M. Cioffi. "Digital Data Transmission". "Course Reader, Stanford University, CA", Jan. 1995.
- [CK74] A. Cantoni and K. Kwong. Further Results on the Viterbi Algorithm Equalizer. *IEEE Trans. Information Theory*, Nov. 1974.
- [CPMD97] P. Chevalier, F. Pipon, J. J. Monot, and C. Demeure. Smart Antennas for the GSM System: Experimental results for a Mobile Reception. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1997. Phoenix (USA).
- [CS96] E. De Carvalho and D. T. M. Slock. Maximum-Likelihood Blind Equalization of Multiple FIR Channels. In *Proc. ICASSP'96 Conference*, May 7-10 1996. Atlanta, GA.
- [CS97] E. De Carvalho and D. T. M. Slock. Maximum Likelihood Blind FIR Multi-Channel Estimation with Gaussian Prior for the Symbols. In *Proc. ICASSP'97 Conference*, Apr. 21-24 1997. Munchen, Germany.
- [DHH89] A. Duel-Hallen and C. Heegard. Delayed Decision-Feedback Sequence Estimation. *IEEE Trans. Communications*, 37(5), May 1989.

- [DNP98a] S. Diggavi, B. C. Ng, and A. Paulraj. Joint Channel Data Estimation with Interference Suppression. In *Proc. ICC'98 Conference*, June 7-11 1998. Atlanta, GA.
- [DNP98b] S. N. Diggavi, B. C. Ng, and A. Paulraj. An interference cancellation scheme with joint channel-data estimation. submitted, 1998.
- [DS99] L. Deneire and D. T. M. Slock. A Schur Method for Multiuser Multichannel Blind Identification. In *Proc. ICASSP'99 Conference*, Mar. 15-19 1999. Phoenix, Arizona.
- [EQ88] M. V. Eyuboglu and S. U. H. Qureshi. Reduced State Sequence Estimation with Set Partitioning and Decision-Feedback. *IEEE Trans. Communications*, 36(1), Jan. 1988.
- [ETS94] ETSI. European digital cellular telecommunications system (phase 2): Multiplexing and multiple access on the radio path (GSM 05.02). Technical report, ETSI, Sep. 1994. Sophia Antipolis, France.
- [ETS95] ETSI. European digital cellular telecommunications system (phase 2): Radio transmission and reception (GSM 05.05). Technical report, ETSI, Dec. 1995. Sophia Antipolis, France.
- [Ett76] W. V. Etten. Maximum Likelihood Receiver for Multiple Channel Transmission Systems. *IEEE Trans. Communications*, COM-24:pp.276–283, Feb. 1976.
- [FAF98] P. Forster, T. Asté, and L. Féty. Multisensors receivers using a filtered reference: application to GSM. In *Proc. of the IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, Oct. 5-9 1998. Florence, Italy.
- [FB90] D. R. Fuhrmann and T. A. Barton. Estimation of Block Toeplitz Covariance Matrices. In *Proc. 24th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1990. Pacific Grove, CA.
- [FFOS98] A. Furuskar, M. Frodigh, H. Olofsson, and J. Skold. System Performance of EDGE, a Proposal for Enhanced Data Rates in Existing Digital Cellular Systems. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 18-21 1998. Ottawa, Canada.
- [FM73] D. D. Falconer and F. R. Magee. Adaptive Channel Memory Truncation for Maximum Likelihood Sequence Estimation. *Bell System Technical Journal*, 52(9), Nov. 1973.
- [For72] G. D Forney. Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference. *IEEE Trans. Information Theory*, 18(3), May 1972.

- [For73] G. D Forney. The Viterbi Algorithm. *Proceedings of the IEEE*, 61(3), Mar. 1973.
- [Fos77] G. J. Foschini. A Reduced State Variant of Maximum Likelihood Sequence Detection Attaining Optimum Performance for High Signal to Noise Ratios. *IEEE Trans. Information Theory*, 23(5), Sep. 1977.
- [FP90] B. Friedlander and B. Porat. Asymptotically Optimal Estimation of MA and ARMA Parameters of Non-Gaussian Processes from High-Order Moments. *IEEE Trans. Automatic Control*, 35(1), Jan. 1990.
- [FV89] P. Forster and G. Vezosi. Optimal Toeplitzification with a given rank constraint. In *Proc. ICASSP'89 Conference*, May 23-26 1989. Glasgow, Scotland.
- [GFS94] K. M. Grigoriadis, A. E. Frazho, and R. E. Skelton. Application of Alternating Convex Projection Methods for Computation of Positive Toeplitz Matrices. *IEEE Trans. Signal Processing*, 42, July 1994.
- [GH97] G. B. Giannakis and S. D. Halford. Asymptotically Optimal Blind Fractionally-Spaced Channel Estimation and Performance Analysis. *IEEE Trans. Signal Processing*, 45(7), July 1997.
- [GHM94] S. Golestaneh, H. M. Hafez, and S. A. Mahmoud. The Effect of Adjacent Channel Interference on the Capacity of FDMA Cellular Systems. *IEEE Trans. Vehicular Technology*, 43, Nov. 1994.
- [GL81] A. Gersho and T. L. Lim. Adaptive Cancellation of Intersymbol Interference for Data Transmission. *Bell System Technical Journal*, 60(11), Nov. 1981.
- [GL89] G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 1989.
- [GLM96] A. Gorokhov, Ph. Loubaton, and E. Moulines. Second Order Blind Equalization in Multiple Input Multiple Output FIR Systems: A Weighted Least Squares Approach. In *Proc. ICASSP'96 Conference*, May 7-10 1996. Atlanta, GA.
- [GM75] L. Guidoux and O. Macchi. Un nouveau égaliseur, l'égaliseur à double échantillonnage. *Ann. Telecommun.*, 30(9/10), 1975.
- [GN93] M. Gurelli and C. L. Nikias. A New Eigenvector-Based Algorithm for Multichannel Blind Deconvolution of Input Colored Signals. In *Proc. ICASSP'93 Conference*, Apr. 27-30 1993. Minneapolis, USA.
- [Gor97a] Bo Goransson. *On Parametric Methods for Source Localization*. PhD thesis, Royal Institute of Technology (KTH), 1997.

- [Gor97b] A. Gorokhov. *Séparation autodidacte des mélanges convolutifs: méthodes du second ordre*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 1997.
- [GP73] G. Golub and V. Pereyra. The Differentiation of Pseudo-Inverses and Nonlinear Least Squares Problems whose Variables Separate. *SIAM J. Numer. Anal.*, 10:413–432, 1973.
- [Gra93] R. M. Gray. Toeplitz and Circulant Matrices: A review. Technical report, Stanford University, June 1971. Revised Apr. 1977, Apr. 1993. Stanford, California 94305.
- [GS98] I. Ghauri and D. T. M. Slock. Blind and Semi-Blind Single User Receiver Techniques for Asynchronous CDMA in Multipath Channels. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, Nov. 8-12 1998. Sydney, Australia.
- [GS99] I. Ghauri and D. T. M. Slock. Blind Channel and Linear MMSE Receiver Determination in DS-CDMA Systems. In *Proc. ICASSP'99 Conference*, Mar. 15-19 1999. Phoenix, Arizona.
- [GSP98] D. Gesbert, J. Sorelius, and A. Paulraj. Blind Multi-User MMSE Detection of CDMA Signals. In *Proc. ICASSP'98 Conference*, May 1998. Seattle, WA.
- [Has87] T. Hashimoto. A List-Type Reduced-Constraint Generalization of the Viterbi Algorithm. *IEEE Trans. Information Theory*, IT-33, Nov. 1987.
- [Hay91] S. Haykin. *Advances in Spectrum Analysis and Array Processing*, volume 2. Prentice Hall, 1991.
- [HJ85] R. A. Horn and C. R. Johnson. *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, 1985.
- [Hua96] Y. Hua. Fast Maximum Likelihood for Blind Identification of Multiple FIR Channels. *IEEE Trans. Signal Processing*, 44(9), Mar. 1996.
- [IK95] N. Ishii and R. Kohno. Tap Selectable Viterbi Equalizer Combined with Diversity Antennas. *IEICE Trans. Communications*, E78-B(11), Nov. 1995.
- [JA71] F. Jelinek and J. B. Anderson. Instrumentable tree encoding of information sources. *IEEE Trans. Information Theory*, IT-22, Jan. 1971.
- [JD93] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon. *Array Signal Processing. Concepts and Techniques*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [KA099] G. Klang, D. Asztély, and B. Ottersten. Structured Spatio-Temporal Interference Rejection with Antenna Arrays. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1999. Houston, Texas, USA.

- [Kay88] S. M. Kay. *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*. Prentice Hall PTR, 1988.
- [Kay93] S. M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Estimation Theory*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [KBN96] R. E. Kamel and Y. Bar-Ness. Reduced Complexity Sequence Estimation Using State Partitioning. *IEEE Trans. Communications*, 44, Sep. 1996.
- [KFFM97] A. M. Kuzminskiy, L. Féty, P. Forster, and S. Mayrargue. Regularized Semi-Blind Estimation of Spatio-Temporal Filter Coefficients for Mobile Radio Communications. In *Proc. GRETSI'97*, Sep. 1997. Grenoble, France.
- [KH98] A. M. Kuzminskiy and D. Hatzinakos. Semiblind Estimation of Spatio-Temporal Filter Coefficients Based on a Training-Like Approach. *IEEE Signal Processing Letters*, 5(9), Sep. 1998.
- [KO99] G. Klang and B. Ottersten. A Structured Approach to Channel Estimation and Interference Rejection in Multichannel Systems. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1999. Houston, Texas, USA.
- [KOS96] M. Kristensson, B. E. Ottersten, and D. T. M. Slock. Blind Subspace Identification of a BPSK Communication Channel. In *Proc. 30th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1996. Pacific Grove, CA.
- [KS98] A. V. Keerthi and J. J. Shynk. Separation of Cochannel Signals in TDMA Mobile Radio. *IEEE Trans. Signal Processing*, 46, Oct. 1998.
- [KS99] T. A. Kadous and A. M. Sayeed. Decentralized Multiuser Detection for Time-Varying Multipath Channels. submitted, July 1999.
- [Lab98] S. Labont. A Proposal for the Evolution of IS-136. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 18-21 1998. Ottawa, Canada.
- [LAS95a] E. Lindskog, A. Ahlén, and M. Sternad. Combined Spatial and Temporal Equalization using an Adaptive Antenna Array and a Decision Feedback Equalization Scheme. In *Proc. ICASSP'95 Conference*, May 8-12 1995. Detroit, Michigan.
- [LAS95b] E. Lindskog, A. Ahlén, and M. Sternad. Spatio-Temporal Equalization for Multipath Environments in Mobile Radio Applications. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, July 25-28 1995. Chicago, Illinois.
- [Lau86] P. A. Laurent. Exact and Approximate Construction of Digital Phase Modulations by Superposition of Amplitude Modulated Pulses (AMP). *IEEE Trans. Communications*, 34, Feb. 1986.

- [LCP97] J. W. Liang, J. T. Chen, and A. J. Paulraj. A Two-Stage Hybrid Approach for CCI/ISI Reduction with Space-Time Processing. *IEEE Communications Letters*, 1(6), Nov. 1997.
- [LCS99] Y. K. Lee, R. Chandrasekaran, and J. J. Shynk. Separation of Cochannel GSM Signals Using an Adaptive Array. *IEEE Trans. Signal Processing*, 47, July 1999.
- [Lee82] W. C. Y. Lee. *Mobile Communications Engineering*. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [LHM97] U. Lambrette, J. Horstmannshoff, and H. Meyer. Techniques for Frame Synchronization on Unknown Frequency Selective Channels. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1997. Phoenix (USA).
- [Lin95] E. Lindskog. Indirect Spatio-Temporal Equalization and Adaptive Interference Cancellation for Multipath Environments in Mobile Radio Applications. In *Proc. IEEE/IEE Int. Workshop on Signal Processing Methods in Multipath Environments*, Apr. 1995. University of Strathclyde, Glasgow, Scotland.
- [Lin97] E. Lindskog. Multi-Channel Maximum Likelihood Sequence Estimation. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1997. Phoenix (USA).
- [LJ77] W. U. Lee and F. S. Hill. JR. A Maximum Likelihood Sequence Estimator with Decision Feedback Equalization. *IEEE Trans. Communications*, 25(9), Sep. 1977.
- [LM88] E. A. Lee and D. G. Messerschmitt. *Digital Communication*. Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [LP96] J. W. Liang and A. J. Paulraj. Two Stage CCI/ISI Reduction with Space-Time Processing in TDMA Cellular Networks. In *Proc. 30th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1996. Pacific Grove, CA.
- [LS97] Y. K. Lee and J. J. Shynk. Separation and Equalization of Cochannel GSM Signals. In *Proc. 31th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Nov. 3-5 1997. Pacific Grove, CA.
- [May97] S. Mayrargue. Practical Implementation of a Multisensor Array Receiver Structure for Wireless Communications. In *Proc. SPAWC'97*, Apr. 16-18 1997. Paris, France.
- [MB98] K. J. Molnar and G. E. Bottomley. Adaptive Array Processing MLSE Receivers for TDMA Digital Cellular/PCS Communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16, Oct. 1998.
- [McG97] N. Cormac McGinty. *Reduced Complexity Equalization for Data Communication*. PhD thesis, The Australian National University, 1997.

- [McL80] P. J. McLane. A Residual Intersymbol Interference Error Bound for Truncated-State Viterbi Decoders. *IEEE Trans. Information Theory*, 26(5), Sep. 1980.
- [ME86] J. W. Modestino and V. M. Eyuboglu. Integrated Multielement Receiver Structures for Spatially Distributed Interference Channels. *IEEE Trans. Information Theory*, 32(2), Mar. 1986.
- [Meh97] A. Mehrotra. *GSM System Engineering*. Artech House Publishers, 1997.
- [Mer95] K. Abed Meraim. *Identification/Egalisation autodidacte au second ordre: Algorithmes et Performances*. PhD thesis, ENST, Paris, 1995.
- [MLM94] K. Abed Meraim, P. Loubaton, and E. Moulines. Subspace Method for Blind Identification of Multichannel FIR Filters in Noise Field with Unknown Spatial Covariance. In *Proc. 28th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1994. Pacific Grove, CA.
- [MP92] M. Mouly and M. B. Pautet. *The GSM System for Mobile Communications*. published by the authors, 1992.
- [MS81] M. S. Mueller and J. Salz. A Unified Theory of Data-Aided Equalization. *Bell System Technical Journal*, 60(9), Nov. 1981.
- [NCP97] B. C. Ng, M. Cedervall, and A. J. Paulraj. A Structured Channel Estimation for Maximum-Likelihood Sequence Detection. *IEEE Communications Letters*, 1(2), Mar. 1997.
- [NCP99] B. Ch. Ng, M. Cedervall, and A. Paulraj. A Structured Channel Estimator for Maximum Likelihood Sequence Detection in Multipath Fading Channels. *IEEE Trans. Vehicular Technology*, 48(4), July 1999.
- [Ng98a] B. C. Ng. Space-time equalization for time-varying fading channels with co-channel interference. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, Nov. 8-12 1998. Sydney, Australia.
- [Ng98b] B. C. Ng. *Structured Channel Methods for Wireless Communications*. PhD thesis, Stanford University, Jan. 1998.
- [NK93] V. Nagesha and S. Kay. Maximum Likelihood Estimation for Array Processing in Colored Noise. In *Proc. ICASSP'93 Conference*, Apr. 27-30 1993. Minneapolis, USA.
- [NP91] A. Nehorai and E. Paldi. Vector Sensor Processing for Electromagnetic Source Localization. In *Proc. 25th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1991. Pacific Grove, CA.

- [Pap84] A. Papoulis. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGRAW HILL, 1984.
- [PC95] B. Picinbono and P. Chevalier. Widely Linear Estimation with Complex Data. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43, Aug. 1995.
- [PC97] F. Pipon and P. Chevalier. Multichannel receivers performance comparison in the presence of isi and cci. application to a gsm link. In *Proc. of the 13<sup>th</sup> international conference on Digital Signal Processing: DSP 97*, Santorini, Greece, July 1997.
- [PCVM97] F. Pipon, P. Chevalier, P. Villa, and J. Monot. Joint Spatial and Temporal Equalization for Channels with ISI and CCI. Theoretical and Experimental Results for Base Station Reception. In *Proc. SPAWC'97*, Apr. 16-18 1997. Paris, France.
- [PCVP97] F. Pipon, P. Chevalier, P. Villa, and D. Pirez. Practical Implementation of a Multichannel Equalizer for a Propagation with ISI and CCI. Application to a GSM link. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, May 1997. Phoenix (USA).
- [PF94] B. R. Petersen and D. D. Falconer. Suppression of Adjacent-Channel, Cochannel and Intersymbol Interference by Equalizers and Linear Combiners. *IEEE Trans. Communications*, 42, Dec. 1994.
- [Pic94] B. Picinbono. On Circularity. *IEEE Trans. Signal Processing*, 42, Dec. 1994.
- [PM92] L. I. Perlovsky and T. L. Marzetta. Estimating a Covariance Matrix from Incomplete Realizations of Random Vector. *IEEE Trans. Signal Processing*, 40(8), Aug. 1992.
- [Por93] B. Porat. *Digital Processing of Random Signals, Theory and Methods*. Prentice Hall Information and System Sciences Series, Thomas Kailath Series Editor, 1993.
- [Pro70] J. Proakis. Adaptive Nonlinear Filtering Transmission for Data Transmission. In *Proc. IEEE Symposium on Adaptive Processes, Decision and Control*, pages XV.2.1–5, 1970.
- [Pro89] J. G. Proakis. *Digital Communications*. McGRAW HILL, 1989.
- [PWD96] S. Perreau, L. B. White, and P. Duhamel. A Decision Feedback Equalizer Incorporating Fixed Lag Smoothing. *IEEE Trans. Signal Processing*, submitted, oct. 1996.
- [QN73] S. U. H. Qureshi and E. Newhall. Adaptive Receiver for Data Transmission over Time-Dispersive Channels. *IEEE Trans. Information Theory*, 19, July 1973.
- [Qur85] S. U. H. Qureshi. Adaptive Equalization. *Proceedings of the IEEE*, 73, Sep. 1985.

- [Rap96] T. S. Rappaport. *Wireless Communications, Principles and Practice*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.
- [RM97] V. Radionov and S. Mayrargue. Semi-blind approach to second order identification of simo-fir channel driven by finite-alphabet sequence. In *Proc. of the 13<sup>th</sup> international conference on Digital Signal Processing: DSP 97*, Santorini, Greece, July 1997.
- [RS92] L. Rodman and T. Shalom. On Inversion of Symmetric Toeplitz Matrices. *Siam J. Matrix Anal. Appl.*, 13(2), Apr. 1992.
- [RTC81] JR R. T. Compton. The Tripole Antenna: An Adaptive Array with Full Polarization Flexibility. *IEEE Trans. Antenna Propagation*, 29(6), Nov. 1981.
- [SAD98] A. H. Sayed and N. Al-Dhahir. Fast Finite-Length Spatio-Temporal MMSE-DFE for CCI-Impaired ISI Channels. *IEEE Trans. Signal Processing*, Nov. 1998. submitted.
- [SAE<sup>+</sup>98] P. Schramm, H. Andreasson, C. Edholm, N. Edvardsson, M. Hook, S. Javerbring, F. Muller, and J. Skod. Radio Interface Performance of EDGE, a Proposal for Enhanced Data Rates in Existing Digital Cellular Systems. In *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, note="Ottawa, Canada, May 18-21 1998.
- [Sal73] J. Salz. Optimum Mean-Square Decision Feedback Equalization. *Bell System Technical Journal*, 52(8), Oct. 1973.
- [SC96a] D. T. M. Slock and E. De Carvalho. Burst Mode Non-Causal Decision-Feedback Equalization and Blind MLSE. In *Proc. Communication Theory Mini-Conference (Globecom)*, Nov. 1996. London, England.
- [SC96b] D. T. M. Slock and E. De Carvalho. Matched Filter Bounds for Reduced-Order Multichannel Models. In *Proc. Communication Theory Mini-Conference (Globecom)*, note="London, England, Nov. 1996.
- [SC97] C-M. S. See and C. F. N. Cowan. Methods for Fast Blind Identification and Equalization of Communication Channels. In *Proc. ICASSP'97 Conference*, Apr. 21-24 1997. Munchen, Germany.
- [Sch91] L. L. Scharf. *Statistical Signal Processing. Detection, Estimation and Time Series Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., July 1991.
- [Ses90] N. Seshadri. Joint Data and Channel Estimation using Fast Blind Treillis Search Techniques. In *Proc. GLOBECOM'90*, Dec. 1990. San Diego.
- [SH98] A. Shah and A. M. Haimovich. Performance Analysis of Optimum Combining in Wireless Communications with Rayleigh Fading and Cochannel Interference. *IEEE Trans. Communications*, 46, Apr. 1998.

- [Slo93] D. T. M. Slock. Blind Fractionally-Spaced Equalization and Channel Identification from Second-Order Statistics or Data. Technical report, EURECOM, 1993. Research Report No 93-002, Eurecom, France.
- [Slo94a] D. T. M. Slock. Blind Fractionally-Spaced Equalization, Perfect-Reconstruction Filter Banks and Multichannel Linear Prediction. In *Proc. ICASSP'94 Conference*, Apr. 1994. Adelaide, Australia.
- [Slo94b] D. T. M. Slock. Blind Joint Equalization of Multiple Synchronous Mobile Users using Oversampling and/or Multiple Antennas. In *Proc. 28th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Oct.31 Nov.2 1994. Pacific Grove, CA.
- [Slo96] D. T. M. Slock. Spatio-Temporal Training-Sequence-Based Channel Equalization and Adaptive Interference Cancellation. In *Proc. ICASSP'96 Conference*, May 7-10 1996. Atlanta, GA.
- [SMG97] ETSI TC SMG. EDGE Feasibility Study, Work Item 184; Improved Data Rates through Optimised Modulation. Technical report, ETSI, 15-19 Dec. 1997. Madrid, Spain.
- [Smi96] D. L. Smith. *Blind Channel Identification and Equalization using Second-Order Cyclostationarity*. PhD thesis, Pennsylvania State University, 1996.
- [SP94] D. T. M. Slock and C. B. Papadias. Blind Fractionally-Spaced Equalization Based on Cyclostationarity. In *Proc. Vehicular Technology Conference (VTC)*, June 1994. Stockholm, Sweden.
- [SP95] D. T. M. Slock and C. B. Papadias. Further Results on Blind Identification and Equalization of Multiple FIR Channels. In *Proc. ICASSP'95, Detroit, Michigan, May 1995*, May 1995.
- [SS89] T. Soderstrom and P. Stoica. *System Identification*. Prentice Hall, 1989.
- [SSR94] S. V. Schell, D. L. Smith, and S. Roy. Blind Channel Identification using Subchannel Response Matching. In *Proc. of 28<sup>th</sup> Annual Conf. of Information Science and Systems*, Mar. 1994. Princeton, NJ.
- [Tal96] S. Talwar. *Blind Space-Time Algorithms for Wireless Communications Systems*. PhD thesis, Stanford University, 1996.
- [TM94] M. J. Turmon and M. I. Miller. Maximum Likelihood Estimation of Complex Sinusoids and Toeplitz Covariances. *IEEE Trans. Signal Processing*, 42(5), May 1994.

- [Tri99] H. Trigui. Fast Computation of the Fisher Information Matrix for Gaussian Inputs. In *Proc. IEEE International Workshop on Intelligent Signal Processing WISP'99*, 4-7 Sep. 1999. Budapest, Hungary.
- [TS97a] H. Trigui and D. T. M. Slock. Cochannel Interference Cancellation within the Current GSM Standard. In *Proc. Workshop COST254*, July 7-9 1997. Toulouse, France.
- [TS97b] H. Trigui and D. T. M. Slock. Optimal and Suboptimal Approaches for Training Sequence Based Spatio-Temporal Channel Identification in Colored Noise. In *Proc. 31th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Nov. 3-5 1997. Pacific Grove, CA.
- [TS97c] H. Trigui and D. T. M. Slock. Semiblind Spatio-Temporal Channel and Interference Identification. Accepted for presentation at the ICASSP'97 Conference, Munchen, Germany, Apr. 21-24 1997.
- [TS98a] H. Trigui and D. T. M. Slock. Cochannel Interference Cancellation within the Current GSM Standard. In *Proc. of the IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, Oct. 5-9 1998. Florence, Italy.
- [TS98b] H. Trigui and D. T. M. Slock. Training Sequence Aided Multichannel Identification in the Presence of Interference and Noise. In *Proc. IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom)*, Nov. 8-12 1998. Sydney, Australia.
- [TS98c] M. Turkboylari and G. L. Stuber. An Efficient Algorithm for Estimating the Signal to Interference Ratio in TDMA Cellular Systems. *IEEE Trans. Communications*, 46, June 1998.
- [TS99a] H. Trigui and D. T. M. Slock. Performance Bounds for Cochannel Interference Cancellation within the current GSM Standard. To appear in a special issue of the European Journal Signal Processing (EURASIP), 1999.
- [TS99b] H. Trigui and D. T. M. Slock. Performance des égaliseurs à complexité réduite et application à la norme EDGE. In *Proc. 17ème Colloque sur le traitement du signal et des images (GRETSI)*, 13-17 Sep. 1999. Vannes, France.
- [TS99c] H. Trigui and D. T. M. Slock. Training Sequence Based Multiuser Channel Identification for Cochannel Interference Cancellation in GSM. In *Proc. Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, May 9-12 1999. Annapolis, MD, USA.
- [TVP94] S. Talwar, M. Viberg, and A. Paulraj. "Blind Estimation of multiple co-channel digital signals using an antenna array". *IEEE Signal Processing Letters*, 1(2):29-31, Feb. 1994.

- [TVP96] S. Talwar, M. Viberg, and A. Paulraj. Blind Separation of Synchronous Co-Channel Digital Signals Using an Antenna Array. Part 1: Algorithms. *IEEE Trans. Signal Processing*, 44(5), May 1996.
- [Ung74] G. Ungerboeck. Adaptive maximum likelihood receiver for carrier modulated data transmission systems. *IEEE Trans. Communications*, 22, May 1974.
- [Ung76] G. Ungerboeck. Fractional Tap-Spacing Equalizer and Consequences for Clock Recovery in Data Modems. *IEEE Trans. Communications*, 24, Aug. 1976.
- [Ung82] G. Ungerboeck. Channel Coding with Multilevel/Phase Signals. *IEEE Trans. Information Theory*, 28, Jan. 1982.
- [VB88] B. D. Van Veen and K. M. Buckley. Beamforming: A Versatile Approach to Spatial Filtering. *IEEE ASSP Magazine*, Apr. 1988.
- [Ver86] S. Verdú. Minimum Probability of Error for Asynchronous Gaussian Multiple Access Channels. *IEEE Trans. Information Theory*, IT-32:85–96, Jan. 1986.
- [VON95] M. Viberg, B. Ottersten, and A. Nehorai. Performance Analysis of Direction Finding with Large Arrays and Finite Data. *IEEE Trans. Signal Processing*, Feb. 1995.
- [VPPF94] P. Vila, F. Pipon, D. Pirez, and L. Féty. MLSE Antenna Diversity Equalization of a Jammed Frequency- Selective Fading Channel. In *Proc. EUSIPCO'94, Edinburg, UK*, 1994.
- [VPPF95] P. Vila, F. Pipon, D. Pirez, and L. Féty. MLSE Antenna Diversity Equalization of a Jammed Frequency- Selective Fading Channel. In *Proc. ICASSP'95, Detroit, Michigan*, May 1995.
- [Whi53] P. Whittle. The Analysis of Multiple Stationary Time Series. *J. Royal Statistics Soc. 15*, pages 125–139, 1953.
- [Win98] J. H. Winters. The Diversity Gain of Transmit Diversity in Wireless Systems with Rayleigh Fading. *IEEE Trans. Vehicular Technology*, 47, Feb. 1998.
- [WJ93] D. B. Williams and D. H. Johnson. Robust Estimation of Structured Covariance Matrices. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41, Sep. 1993.
- [WKP92] D. Williamson, R. A. Kennedy, and G. W. Pulford. Block Decision Feedback Equalization. *IEEE Trans. Communications*, 40, Feb. 1992.
- [WPB98] ETSI Tdoc SMG2 WPB108/98. EDGE Evaluation of 8-PSK. Technical report, ETSI, 20-24 Apr. 1998. Kuusamo, Finland.

- [WSG94] J. H. Winters, J. Salz, and R. D. Gitlin. The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communication Systems. *IEEE Trans. Communications*, 42, Feb/Mar./Apr. 1994.
- [XLTK95] G. Xu, H. Liu, L. Tong, and T. Kailath. A Least Squares Approach to Blind Channel Identification. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43, Dec. 1995.
- [YFS97] H. Yoshino, K. Fukawa, and H. Suzuki. Interference Canceling Equalizer (ICE) for Mobile Radio Communication. *IEEE Trans. Vehicular Technology*, 46, Nov. 1997.
- [ZD63] L. A. Zadeh and C. A. Desoer. *Linear System Theory: A State Space Approach*. McGraw-Hill, New York, 1963.